

COLLEGE PRIVE LAÏC YMELLE

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Bacc Blanc 1	Mathématiques	07	4h00	TleC	2022/2023

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources

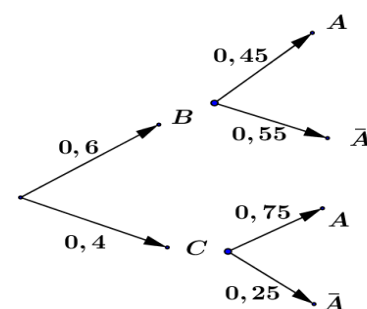
(15 points)

Exercice 1 : / 5.5pts

- Lana rêve d'un capital de 50 000 placé au taux d'intérêt annuel (composé) de 30%. Dans combien d'années ce placement serait-il multiplié par 80 ? 0,75pt
- Une urne contient 7 boules distinctes indiscernables au toucher. Deux portent le numéro 1 ; deux les numéros -1 et trois portent respectivement les numéros 2 ; -2 et 0. On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.
a, b et c sont dans cet ordre les numéros de la première, deuxième et troisième boule tirée.
L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; i, j, k)$.
 - Détermine la probabilité pour que le demi-tour d'axe (Oy) ait pour expression analytique $\begin{cases} x' = bx \\ y' = ay \\ z' = cz \end{cases}$. 0,5pt
 - Détermine la probabilité pour que les points à coordonnées entières de la droite d'équation $ax + by = c$ soient les points de coordonnées $(-2 - 2k; -2 - k), k \in \mathbb{Z}$. 0,5pt
 - Détermine la probabilité pour que l'équation différentielle $ay'' + by' + c = 0$ ait pour solutions sur $\mathbb{R}$ les fonctions $x \mapsto e^x (A \cos x - B \sin x)$ où $A, B \in \mathbb{R}$. 0,5pt
- Soit X la variable aléatoire dont l'espérance mathématique $E(X) = 0,5$, la variance $V(X) = 0,75$ et dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant .

x_i	0	1	1,5	2
p_i	p_1	p_2	0,2	p_4

 - Définis variable aléatoire X . 0,25pt
 - Détermine les probabilités p_1, p_2 et p_4 . 1pt
 - Détermine et représente graphiquement la fonction de répartition de X . 0,75pt
- Soient $A, \bar{A}, C$ et B des évènements associés à une expérience aléatoire.
Détermine les valeurs des probabilités $P(A \cap B); P(A)$ et $P(B/A)$. 1,25pt
(On rappellera les noms les différentes formules de probabilités.)



Exercice 2 : / 4.75pts

I. Soit $\vec{n}$ et $\vec{e}$ deux vecteurs unitaires orthogonaux d'un espace vectoriel E de dimension 3. Soit f l'application de E dans E définie pour tout vecteur $\vec{u}$ de E par : $f(\vec{u}) = \vec{n} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{e})$.

- Démontre que f est endomorphisme. 0,5pt
- Détermine $\ker f$ et $\text{Im} f$. 0,75pt

3. On pose $\vec{k} = \vec{e} \wedge \vec{n}$

Après avoir justifié que $(\vec{e}; \vec{n}; \vec{k})$ est une base directe de E , détermine la matrice de f dans la base $(\vec{e}; \vec{n}; \vec{k})$. 1pt

II. On considère le tableau statistique suivant où $\bar{x} = 75$ et $\text{cov}(x; y) = 20$.

- Détermine x_1 et x_4 . 1pt
- Détermine le coefficient de corrélation r et apprécie-le. 0,75pt

x_i	x_1	60	70	x_4	90	100
y_i	9	8	8	6	5	4

- Détermine une équation de la droite de régression de x en y . 0,75pt

Exercice 3: /4.75pts

I/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. Une unité vaut 1cm^2 .

1. Etudie la parité de f . 0,25pt
 2. Etudie les variations de f puis construis sa courbe représentative (C). 1,5pt
 3. Démontre que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle I qu'on précisera. 0,25pt
 4. Donne l'expression de f^{-1} sur I . 0,5pt
 5. Soit D le domaine délimité par (C), l'axe des ordonnées et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.
Calcule le volume du solide de l'espace obtenu en faisant tourner D autour de l'axe des abscisses.
(on pourra remarquer que $(1 - 2^x)^2 = (1 + 2^x)^2 - 4 \times 2^x$). 0,75pt
- II/ On considère la fonction f définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$.
1. Détermine une valeur approchée (par la méthode des rectangles) de $A = \int_0^1 f(x) dx$, en partageant l'intervalle $[0; 1]$ en 5 intervalles de même amplitude. 0,75pt
 2. Détermine une majoration de l'erreur commise. 0,5pt
 3. On subdivise l'intervalle $[0; 1]$ en n intervalles de même d'amplitude.
Détermine par la méthode des rectangles, le nombre d'intervalles nécessaires pour obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-3} . 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

(5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux calcul intégral, suites, équations différentielles, congruence, coniques et au logarithme pour résoudre un problème de la vie.

A l'occasion des jeux olympiques dans la ville de Yaoundé, le ministère des sport a sollicité les services d'un ingénieur des travaux pour évaluer le budget de la pelouse synthétique du stade olympique. Le stade olympique est délimité dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ par la courbe Γ dont l'équation dans le repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ est $13X^2 + 7Y^2 + 6\sqrt{3}XY - 16 = 0$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont définies dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ par : $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{v} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$. Le mètre carré du gazon synthétique coûte 12 000f.

Une unité de longueur vaut 10mètres et $\pi \approx 3,14$.



Afin de participer à une course de voiture qui tiendra dans la ville de Douala Jeudi le 1^{er} juin, à la fin des travaux du stade, cet ingénieur a placé un capital de 800 000f en bourse mercredi le 1^{er} Mars 2023. Son capital initial U_0 évolue mensuellement (30 jours) suivant la progression géométrique croissante U définie pour tout entier naturel n par $5u_{n+1} = 2U_n + 2U_{n+2}$. Il souhaite s'acheter une voiture de course de 6 500 000f selon l'évolution de ses intérêts. (Prendre les valeurs à 2 chiffres après la virgule). La course de voiture se fera sur une route rectiligne et très longue. On note $v(t)$ sa vitesse à l'instant t , où t est exprimé en heures et $v(t)$ en kilomètres par minutes. On suppose de plus que la fonction v ainsi définie est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Un modèle simple permet de considérer que la fonction v est la solution de l'équation différentielle :

$10v'(t) + v(t) = 3$. on suppose que, lorsque le pilote de voiture s'élance, sa vitesse initiale est nulle, c'est-à-dire que $v(0) = 0$.

Par ailleurs, La distance d parcourue par ce pilote entre les instants t_1 et t_2 est donnée par : $d = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$.

Pour espérer gagner cette course, ce pilote doit parcourir une distance de 92km sur les 140km à parcourir pendant les 40 premières minutes de cette course.

Tâches

1. Quel budget faut-il prévoir pour le gazon synthétique de cette pelouse ?? 1,5pt
2. A quelle date exacte (précise le jour de la semaine et l'heure) pourrait-il s'acheter cette voiture de sport s'il souhaite participer à la course ? 1,5pt
3. Ce pilote pourra-t-il gagner cette course ? 1,5pt

L'PK a dit « Pour échouer on n'a besoin de rien, seul le travail acharné paye. »

<http://sujetexa.com>