

MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES			
DRES/ OUEST	LYCEE CLASSIQUE DE DSCHANG		Année scolaire 2022/2023
DDES/MENOUA		Tle D	Seq: 4
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES		Coef: 2	Durée : 4h

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 : 3,75 points

I. On considère le polynôme P de degré 3 défini par : $P(z) = z^3 - (2 + 2i)z^2 + 2(1 + 2i)z - 4i$.

1. a- Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$. **0,5pt**
- b- Résoudre l'équation dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. **0,75pt**

II. Dans le plan complexe $(0, I, J)$ direct, on donne les points : $Z_A = 3$, $Z_B = 2 + i\sqrt{3}$, $Z_C = -1$, $Z_E = 7$
et $Z_G = 11 + 4i\sqrt{3}$.

1. On pose : $X = \frac{Z_B - Z_I}{Z_A - Z_I}$. Calculer $|X|$ et déterminer un argument de X . **0,75pt**

2. En déduire la nature exacte du triangle AIB . **0,25pt**

3. On pose : $\varphi = \frac{Z_G - Z_C}{Z_B - Z_C}$. Mettez φ sous forme algébrique puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu. **0,75pt**

4- Déterminer l'abscisse du point F de l'axe des abscisses pour lequel le triangle EFG est équilatéral de sens direct. **0,75pt**

Exercice 2 : 3,25 points

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_0 = \frac{1}{3}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n^2$ et $v_n = \ln\left(\frac{3}{2}u_n\right)$

- 1- Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0,75pt**
- 2- Exprimer v_n et u_n en fonction de n . **0,75pt**
- 3- Pour tout entier naturel n non nul, on pose $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ et $T_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$. **0,75pt**
- a) Démontrer que $S_n = (1 - 2^n)\ln 2$. **0,5pt**
- b) Justifier que $T_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n e^{S_n}$. **0,5pt**
- c) Exprimer T_n en fonction de n .

Exercice 3 : 3points

I- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

3 x 0,5= 1,5pt

- 1) $\ln(x - 1) = \ln(x + 2) + \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)$
- 2) $(2x - 10)(\ln x - 4)(\ln x + 3) = 0$
- 3) $(2x - 10)(\ln x - 4)(\ln x + 3) \leq 0$

II- Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de f sur l'intervalle I .

3 x 0,5=1,5pt

1- $f(x) = \sqrt{3x+1}$ et $I = \left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ 2- $f(x) = \frac{-6x-3}{(x^2+x+3)^4}$ $I = \mathbb{R}$

3- $f(x) = \frac{-6x-3}{x^2+x+3}$ $I = \mathbb{R}$

Exercice 4 : 5 points

I- On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$

1- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

1pt

2- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0; +\infty[$ et vérifier que $0,86 < \alpha < 0,87$.

0,75pt

3- En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$.

0,25pt

II- Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) .

1- Calculer les limites de f à droite de 0 et en $+\infty$.

0,5pt

2- Montrer que pour tout réel $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

0,5pt

3- Dresser le tableau de variation de f .

0,75pt

4- Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.

0,25pt

5- Construire (C) et (Δ) dans le repère (O, I, J) . On prendra pour unités 2cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées.

1pt

PARTIE A: EVALUATION DES COMPETENCES

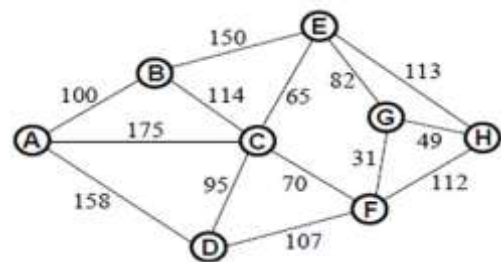
(4,5pts)

Le délégué régional de sport de l'ouest organise un championnat à deux poules P1 et P2 de quatre équipes chacune. La poule 1 appelée poule de la mort est constituée de 4 équipes E1 à E4 ayant les mêmes chances de se qualifier pour le second tour. Un statisticien de Foot ayant étudié les équipes de la poule 2 donne les probabilités de chaque équipe d'occuper une position dans le classement dans la poule 2.

$E_5(0,4; 0,3; 0,2; 0,1)$; $E_6(0,2; 0,3; 0,3; 0,2)$; $E_7(0,1; 0,15; 0,28; 0,47)$, $E_8(0,3; 0,25; 0,22; 0,23)$.

(E_5 a 40% de chance d'être premier, 30% d'être deuxième, 20% d'être 3^e et 10% d'être 4^e)

Après un match de foot au stade omnisports de bafoussam, situé en A sur le graphe ci-contre, Samuel Eto'o décide d'aller visiter le Tagidor Garden Hôtel située à Bangou représenté par H. Les arêtes de ce graphe représentent quelques routes goudronnées reliant les principaux carrefours de choisi pour l'ambiance durant la CAN 2022. La distance étant en km.



Le président du conseil régional décide de câbler tous ces carrefours à partir d'un générateur situé en A.

Tâches

1) Sachant que deux équipes par poules vont aux seconds tours, donne la probabilité de chaque une des équipes d'aller au second tour.

(1,5pt)

2) Propose un itinéraire qu'il doit prendre pour arriver le plus rapidement possible (1,5pt)

3) Propose lui un plan de câblage qui minimise la longueur du câble à utiliser (1,5pt)

Présentation 0,5pt