

|                                 |  |                          |
|---------------------------------|--|--------------------------|
| COLLÈGE F-X. VOGT               |  | Année scolaire 2022/2023 |
| Département de Mathématiques    | CONTRÔLE   | 14 Janvier 2023          |
| <b>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b> |  |                          |
| Niveau : 2 <sup>nd</sup> e C    | Durée : 3heures  | Coeff : 7                |

**Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 pts**

**Exercice 1 : 4pts**

1. On donne la fraction rationnelle  $g$  définie par  $g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{-x^2 + 4x - 3}$

- a) Factoriser  $x^2 + x - 2$  et  $-x^2 + 4x - 3$  1pt  
 b) En déduire la condition d'existence de  $g$  0,5pt  
 c) Etudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $g(x)$  1pt

2. a) Trouver deux nombres réels  $a$  et  $b$  tels que, pour tout nombre réel  $x$  différent de 1,

on ait :  $\frac{x}{1-x} = a + \frac{1}{1-x}$  0,75pt

b) Démontrer que, pour tout élément  $x$  de  $[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}]$  on a :  $1 \leq \frac{x}{1-x} \leq 2$  0,75pt

**Exercice 2 : 4,5pts**

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes : 1,5pt

a)  $|x^2 - 5x + 13| = |6x - 15|$

b)  $\frac{2}{(x-1)^2} \geq \frac{1}{x^2+1}$

2) a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système suivant :  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 5x - 8y = 2 \end{cases}$  1pt

b) En déduire la résolution des systèmes suivants : i)  $\begin{cases} 2|x| - 3|y| = 1 \\ 5|x| - 8|y| = 2 \end{cases}$  ii)  $\begin{cases} 2x^2 + \frac{3}{y+1} = 1 \\ 5x^2 + \frac{8}{y+1} = 2 \end{cases}$  2pt

**Exercice 3 : 1,5pt**

3) Le plan est muni du repère  $(O, I, J)$ . Représenter graphiquement l'ensemble  $E$  des points  $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$  qui

vérifient le système :  $\begin{cases} 4x + y - 4 \leq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  1,5pt

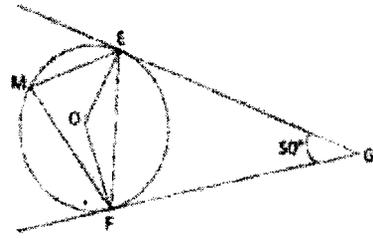
**Exercice 4 : 5,5pts**

1) Les droites  $(EG)$  et  $(FG)$  de la figure ci - contre sont des tangentes au cercle  $(C)$  de centre  $O$  en  $E$  et  $F$  respectivement.

On donne  $mesEGF = 50^\circ$ .

1- Justifier que le triangle  $EFG$  est isocèle 0,25pt.

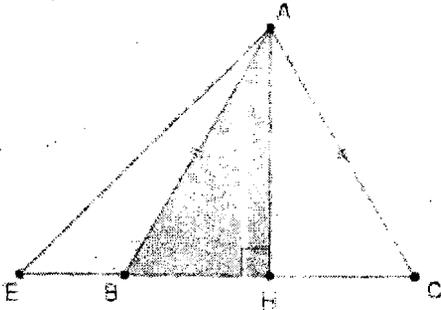
- 2- En déduire  $mesOEF$ . 0,25pt  
 3- Déterminer en justifiant  $mesEMF$  et  $mesEOF$ . 0,5pt  
 4- Le quadrilatère  $EOFG$  est-il inscriptible ? Justifier. 0,5pt  
 5- Le polygone  $EOFG$  est-il régulier ? Justifier. 0,5pt



- II) Sur la figure ci-contre ABC est un triangle équilatéral, EHA est rectangle isocèle en H. Déterminer la mesure de chacun des angles orientés suivants :

- a)  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  b)  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$  c)  $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{EB})$  d)  $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC})$  e)  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$

2pts



- III) 1) Convertir les angles suivants en radian :  $150^\circ$  ;  $350^\circ$

0,5pt

- 2) Déterminer la mesure principale de chacun des angles suivants :  $\frac{2019\pi}{4}$  et  $350^\circ$

1pt

### Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5pts

M. NGOUO a une entreprise qui fabrique des fauteuils et des chaises à l'aide de trois machines A, B et C. Pour fabriquer un fauteuil il faut utiliser les machines A et B pendant une heure, la machine C pendant trois heures. Pour fabriquer une chaise il utilise les machines A et C pendant une heure, la machine B pendant deux heures. Mais les machines ne sont disponibles que 60 heures pour A, 90 heures pour B, 150 heures pour C. Un fauteuil génère un bénéfice de 20 000 FCFA et une chaise 15 000 FCFA. M. NGOUO aimerait que le socle d'une chaise soit un rectangle d'or dont la longueur dépasse exactement la largeur de 2dm. (On dit qu'un rectangle est d'or lorsque le rapport de la longueur à la largeur est égal au rapport du demi-périmètre à la longueur.) NOLACK, l'ami d'enfance de M. NGOUO voudrait acheter des meubles pour son bureau. Sur le site internet de M. NGOUO, il voit qu'une combinaison de 2 grands fauteuils et 3 chaises mesure 5m de long et coûte 79 000 FCFA et qu'une combinaison de 3 grands fauteuils et 4 chaises mesure 7,10m de long et coûte 112 000 FCFA. Le mur du bureau que veut meubler NOLACK mesure 2,80m.

**Tâche 1 :** Déterminer le nombre de fauteuils et de chaises que M. NGOUO doit fabriquer, dans ces conditions, pour obtenir un bénéfice maximal. 1,5pt

**Tâche 2 :** Déterminer la dimension des rectangles d'or dont la longueur dépasse exactement la largeur de 2dm. 1,5pt

**Tâche 3 :** Déterminer le prix et la taille de chaque meuble. 1,5pt