COLLEGE CATHOLIQUE BILINGUE PERE MONTI

ANNEE SCOLAIRE 2021 – 2022

Département	3ème Trimestre	Classe	Durée	Coef	Date de passage :	Visa A.P	Visa P.E
MATHS	EV.S.H. N°1	TC	4H00	07	1er Avril 2022		

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

A- EVALUATION DES RESSOURCES /*30points*

Exercice 1 : /*10points*

Choisir, en justifiant, la bonne réponse. Justification correcte =1pt ; réponse juste = 1pt ; réponse fausse = -0,5pt ; pas de réponse = 0pt.

1. L'écriture complexe de la transformation affine f du plan définie par $\begin{cases} x' = 2x - 3y + 5 \\ y' = 3x + 2y - 4 \end{cases}$ est :

   a) $z' = (2 - 3i)z + 5 - 4i$; c) $z' = (2 - 3i)z + 5 + 4i$

   b) $z' = (2 + 3i)z + 5 + 4i$; d) $z' = (2 + 3i)z + 5 - 4$

2. Sachant que $\ln e = 1$, alors l'image de $[1; +\infty[$ par la fonction $f : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ est :

   a) $[1; +\infty[$; b) $[e; +\infty[$; c) $\left]0; \frac{1}{e}\right]$; d) $]0; e]$

3. $E(1; 0; 3)$, $F(0; 1; 2)$ et $G(0; 0; 4)$ étant des points de l'espace rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la réflexion du plan (EFG) a pour expression analytique :

   a) $\begin{cases} 3x' = -x - 2y + 2z + 4 \\ 3y' = 2x - 2y - z + 4 \\ 3z' = -2x - y - 2z + 8 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x' = 2x - 2y - z + 4 \\ 3y' = -2x - y - 2z \\ 3z' = -x - 2y + 2z \end{cases}$

   b) $\begin{cases} 3x' = -x - 2y + 2z \\ 3y' = x - 2y - 2z + 4 \\ 3z' = -2x - y - 2z + 8 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 3x' = -x - 2y + 2z \\ 3y' = 2x - 2y - z + 8 \\ 3z' = x - y - 2z \quad 4 \end{cases}$

4. Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, l'un des foyers de la conique (Λ): $\frac{(x-2)^2}{3^2} + \frac{(y+1)^2}{5^2} = 1$ est:

   a) $F(6; -1)$; b) $F(0; 4)$; c) $F(2; -5)$; d) $F(2; -1)$

5. On jette un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On définit sur l'univers des éventualités une probabilité par : $p_1 = p_3 = p_5$, $p_2 = p_4 = p_6$ et $5p_2 = p_1$. Alors p_1 la probabilité d'apparition de la face numéro 1 est égale à : a) $\frac{1}{18}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{5}{6}$; d) $\frac{5}{18}$

Exercice 2 : /*7points*

I- Dans le plan orienté et muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les vecteurs $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{v} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$.

1. Démontrer que $(O; \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé du plan. */1pt*
2. Une conique (Γ) dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ a pour équation $13X^2 + 7Y^2 + 6\sqrt{3}XY - 16$.
   a) Ecrire une équation cartésienne réduite de (Γ) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. */1,5 pt*
   b) En déduire la nature et l'excentricité de (Γ). */1pt*

II- Une variable aléatoire X prend les valeurs 1 ; -2 et 3 avec les probabilites respectives $\ln a$; $\ln b$ et $\ln c$ où a ; b et c sont dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique. On suppose que l'espérance mathématique de X est $E(X) = 1$.

a) Trouver les réels a ; b et c. */1,75pt*

b) Calculer l'écart type $\sigma(X)$ de X. */1,75 pt*

Exercice 3 : /7points

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique $2cm$.

Soit $k \in]0;\ +\infty[$ et f_k une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = x + \frac{1-ke^{2X}}{1+ke^{2X}}$

1. Trouver l'ensemble de définition de f_k et calculer les limites de f_k en $-\infty$ et $+\infty$. /1,75pt
2. Soit f'_k la dérivée de f_k.
   a) Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_k(x) = (f_k(x) - x)^2$, et montrer que f'_k s'annule en un seul réel x_k
   b) Dresser le tableau de variation de f_k. /1,75pt
3. Soit A_k le point d'abscisse x_k de la courbe (C_k) de la fonction f_k. Justifier que tous les points A_k appartient tous à une même droite. /1,25pt

Exercice 4: /6points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère le plan $(\mathcal{P})$: $x - y + z - 3 = 0$ et le plan (Q) passant par le point $A(0; 4; 0)$ et de vecteur $\vec{n}(2;\ -1;\ -3)$.
   a) Déterminer une équation cartésienne de (Q). /0,75pt
   b) Prouver que les plans (Q) et (P) sont perpendiculaires suivant une droite (Δ) dont tu détermineras un système d'équation cartésienne. /1,25pt
2. Déterminer une représentation paramétrique de $(\mathcal{P}')$ tels que $S_{(\mathcal{P})} \circ S_{(\mathcal{P}')} = t_{\vec{u}}$ avec $\vec{u}(-2;\ 2;\ -2)$.
3. On considère un repère $(A;\ \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ avec $\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath})$ et $\vec{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{70}}(6\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 5\vec{k})$.
   a) Démontrer que $(A;\ \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est un repère orthonormé du plan (Q). /1,25pt
   b) Déterminer dans le repère $(A;\ \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ l'expression analytique de la restriction h au plan (Q) de la réflexion $S_{(\mathcal{P})}$. /1,75pt

B- ÉVALUATION DES COMPETENCES /10points

Intitulé de la compétence: Utilisation des coniques pour résoudre des problèmes.

Le maire d'une localité fait construire un terrain de football dont l'aire de jeu a la forme d'un rectangle inscrit dans une ellipse (Γ) servant de bordure d'une piste d'athlétisme.

KOUABONG technicien dans ce chantier reçoit de l'ingénieur une maquette indiquant certains détails de l'ouvrage. Ainsi, sur celle-ci, dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

- Les quatre pilonnes qui serviront d'éclairages occuperont les sommets $\left(\frac{-4+5\sqrt{5}}{2}; 1 - 3\sqrt{5}\right)$, $A'\left(\frac{-4-5\sqrt{5}}{2}; 1 + 3\sqrt{5}\right)$, $B\left(1; \frac{7}{2}\right)$ et $B'\left(-5; -\frac{3}{2}\right)$ de l'ellipse (Γ) ;
- Les deux points de penalty occuperont les foyers F et F' de l'ellipse (Γ) ;
- L'une des cabines de reportage audiovisuel sera placer au point E tel que le centre Ω soit le barycentre de B et E affectes respectivement des coefficients -1 et e où $e$est l'excentricité de (Γ) ;
- Une piste d'atterrissage, pour les hautes personnalités qui viendront assister aux rencontres de football ou aux compétitions d'athlétisme, occupera une portion de la directrice de (Γ) la plus proche de la pilonne A.

Tâche 1 : Trouver, dans le repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les coordonnées des points de penalty. /3pts

Tâche 2 : Trouver, dans le repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les coordonnées du point d'emplacement de la cabine de reportage. /3pts

Tâche 3 : Trouver, dans le repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, une équation de la droite sur laquelle sera construite la piste d'atterrissage. /3pts

Présentation : 1pt