

MINESEC LYCEE DE NKOLMESSENG		Année scolaire 2022-2023	
		Classe : TC	Trimestre
Département de MATHÉMATIQUES	EVALUATION D'OCTOBRE 2022		Durée : 4 h

Evaluation des ressources 15,5 points

Exercice 1 : QCM 2,5 points

Pour chacune des questions suivantes, recopier le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse juste. **Bonne réponse : + 0,5pt Mauvaise réponse : -0,5pt Pas de réponse : 0pt**

- Le chiffre des unités du nombre entier 7^{99} est : a) 5 b) 6 c) 7 d) 9
- Le nombre de couples $(x; y)$ de chiffres tels que $\overline{x64y}$ en base dix est divisible par 7 est: a) 13 b) 14 c) 15 d) 16
- Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{3U_n + 4}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$. On a pour entier naturel \mathbb{N} :
a) $0 \leq U_n \leq \frac{7}{2}$ b) $0 \leq U_n \leq 2$ c) $0 \leq U_n \leq 3$ d) $0 \leq U_n \leq 4$
- Les suites (T_n) et (v_n) sont définies pour $n > 0$ par $T_n = (-2)^n$ et $v_n = \left(-\frac{2}{7}\right)^n$. On a : a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ b) (T_n) converge ou v_n tend vers 0 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{T_n}{v_n} = 0$
- Si une suite (U_n) est croissante et majorée par 4 alors elle est convergente. a) Vrai b) Faux

Exercice 2 : 3,25 points

- Un nombre entier D s'écrit $abc0$ en base 5 et abc en base 12, où a, b et c sont des entiers naturels.
 - Démontrer que $a + b$ est multiple de 4. 0,5pt
 - Déterminer les entiers a, b et c puis donner l'écriture de D en base décimale. 1pt
- Soit P le polynôme définie par $P(x) = x + x^2 + x^3 + x^4$
 - Mettre P sous la forme d'un produit de trois facteurs 0,25pt
 - Déterminer suivant les valeurs de n les restes de la division euclidienne de 5^n par 13. 0,5pt
 - Soit $n \in \mathbb{N}$; on pose $A_n = 5^{4n} + 5^{3n} + 5^{2n} + 5^n$. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A_n est divisible par 13. 0,5pt
 - En déduire le reste de la division euclidienne de $5^{2024} + 5^{1518} + 5^{1012} + 5^{506}$ par 13. 0,5pt

Exercice 3 : 5,25 points

On considère la famille (S) des suites (V_n) de premiers termes V_0 et V_1 définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, V_{n+2} + V_{n+1} = 6V_n$$

- Démontrer qu'il existe deux suites géométriques (a_n) et (b_n) de premier terme 1 appartenant à (S) que l'on déterminera. 1pt
 - Démontrer que la suite (U_n) définie par $U_n = p2^n + q(-3)^n$ où p et q sont des entiers relatifs est dans (S) 0,5pt
- Sachant que $3 \times 27 \equiv 1[8]$ déterminer tous les couples d'entiers relatifs $(p; q)$ tels que $8p - 27q = -11$. 1pt
 - Déterminer l'entier relatif k pour que le couple $(p; q)$ défini par $p = 110 + 27k$ et $q = 33 + 8k$ soit solution de l'équation : $4p + 8q = 17$ 0,5pt
 - En déduire les valeurs des entiers relatifs p et q pour lesquelles $U_2 = 17$ et $U_3 = -11$ 0,5pt
 - Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \equiv 3 \times 2^n[5]$. 0,5pt

- e) Déduire le reste de la division euclidienne du terme U_n par 5. 0,25pt
3. Soit $W_n = 2^{n+1} + (-3)^n$ et $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$.
- a) Démontrer que $S_n \equiv 2 - 4 \times 2^n [5]$ 0,5pt
- b) Déduire le reste de la division euclidienne de S_{2023} par 5 0,5pt

Exercice 4 4,5 points

1. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n^5 - n \equiv 0 [5]$ 0,5pt
2. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ est multiple de 2 et de 3 1pt
3. Déterminer l'ensemble des nombres entiers naturels n tels que :
 $n^3 - 3n^2 - 2 \equiv 0 [7]$ 1pt
4. On considère trois entiers relatifs non nuls a, b et c .
- a. Démontrer que si $b \in a\mathbb{Z}$ et $c \in a\mathbb{Z}$ alors $\forall (m; n) \in \mathbb{Z}^2, bm + cn \in a\mathbb{Z}$ 0,5pt
- b. Déterminer les entiers relatifs n tels que $\frac{6n^2+13n+17}{2n+5} \in \mathbb{Z}$ 1pt
5. Soit $n \in \mathbb{N}$, démontrer en utilisant les congruences que : $10^{9n+2} + 10^{6n+1} + 1$ est divisible par 111. 0,5pt

B : Evaluation des compétences

Situation : Dans le but de protéger la confidentialité de ses échanges, une agence de renseignement a contacté un informaticien pour mettre sur pied un procédé de codage et vous que vous l'expérimentez afin de confirmer les données de cet informaticien. Son rapport stipule qu'à chaque lettre de l'alphabet, on associe grâce au tableau ci-dessous, un nombre compris entre 0 et 25. Ensuite son procédé de codage continue de la façon suivante :

Etape 1 : A la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre m correspondant dans le tableau.

Etape 2 : On calcule le reste de la division euclidienne de $9m + 5$ par 26 et on le note p .

Etape 3 : Au nombre p , on associe la lettre correspondante dans le tableau.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Cependant, pour plus de protection, NONO un autre informaticien de l'entreprise propose qu'à

l'étape 2, p soit plutôt le reste de la division euclidienne de $(101)^2 m$ par 26.

NONO est intéressé par l'évolution du prix d'un article qu'il achète chaque mois. Le prix de cet article augmente de 2,5% chaque mois et son salaire horaire augmente aussi de 1,6% tous les mois. Actuellement, il travaille une demi-heure pour se payer cet article.

Tâches :

- 1- Coder le mot « PROTECTION » selon le procédé de l'informaticien. 1,5pt
- 2- Décoder « BAC-C » selon le procédé de NONO. 1,5pt
- 3- Dans combien de temps cet article lui reviendra à 1 heure de travail ? 1,5pt