MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EXAMINATEUR : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2022-2023
CLASSE : Père D
DURÉE : 7H 30-10h30
COEF : 4
devoir des congés de pâques

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE [24pts]

EXERCICE 1 : [4, pts]. (*Trigonométrie*)

1- Soit l'équation **(E)** dans $[0;\ 2\pi]$ donne par : **(E)** $\tan x - \sqrt{2}\cos x = 0$ et **F** l'équation **(F):** $\sqrt{2}y^2 = \sqrt{1-y^2}$

- **a-** **D**étermine-la contraint sur l'inconnu.
- **b-** **M**ontrer que résoudre **(F)** revient à résoudre l'équation : $2x^4 + x^2 - 1 = 0$
- **c-** Résoudre **(F)** dans IR et montrer que $\forall x \neq \pi/2 + k\pi$, *équivaut a* $\sin x = \sqrt{2}\cos^2 x$ puis résoudre **(E).**

2- **R**ésoudre dans $[-\pi;\ \pi]$ (Ψ): $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(8x) + \cos(4x)\sin(4x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos(4x) + (2-\sqrt{3})\sin(4x) - 1\right) = 0.$
(on suppose que $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = (2-\sqrt{3})$*).*

3- **D**éduire la solution de l'inéquation $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(8x) + \cos(4x)\sin(4x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos(4x) + (2-\sqrt{3})\sin(4x) - 1\right) \leq 0$ dans $[-\pi;\ \pi]$

EXERCICE 2 (*barycentre Transformation du plan*) [4pts]

ABCD est rectangle de sens direct et de centre O de côté AB=3cm, BC=4cm.

1- Soit **f** une application du plan définie par $M \mapsto M'$ *tel que* $\overrightarrow{CM'} = \overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{DM}$.

- **a-** Déterminer la nature et l'élément caractéristique de **f.**

2- Soit la droite **(D)** dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$. D'équation $x - y - 2 = 0$

- **a-** **D**éterminer l'expression analytique de $S_{(D)}$.
- **b-** Soit h une homothétie de centre **A (1 ; -1)** de rapport **k=3.** Déterminer l'expression analytique de **h** et de **h o** $S_{(D)}$.

3- **Soit** $r_1 = r\left(B;\ \frac{\pi}{2}\right)$; $r_4\left(O;\ \frac{\pi}{2}\right)$

- **a-** Déterminer l'image de **C** par $r_4 o r_1$. Déduire la nature et les éléments caractéristique de $r_4 o r_1$.
- **b-** Déterminer coordonnée du l'image de **B** par $S = h o r_1$. Déduire la nature et les éléments caractéristique de **S.**

4- On suppose $H = \{(A,1);(B,2);(C,2);(D;1)\}$ $\overrightarrow{IA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = 0$

- **a-** **Démontrer que les droite (AC) et (BD)** sont concourantes en **O.**
- **b-** Démontrer que **O est** le milieu du segment **[IK].**
- **c-** Déterminer et construire l'ensemble **(E₁)** le des points **M** de plan tels que $\frac{MA}{MD} = \sqrt{2}$.
- **d-** Déterminer et construire l'ensemble **(E₂)** le des points **M** de plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

EXERCICE 3 [8pts] (fonctions)

Soit f une fonction numérique définie par $f(x) = \frac{|x+1|(x-1)+1}{x-1}$

1- Déterminer le domaine de définition Df de f et la fonction est-elle continue sur Df ? dérivable ? sur Df

2- Étudier la dérivabilité de **f** au point d'abscisse $x = -1$.

3- Etudier les variations de f sur $]-\infty;\ -1]$ *et sur* $[-1\ ;+\infty[$ et dresser son tableau de variations

4- Montrer que les droites (D) *d'équation* $y = x + 1$ *est asymptote a* Cf *en* $+\infty$

5- Montre que la *droite* (D') ***d'équation*** $y = -x - 1$ ***est asymptote a*** Cf ***en*** $-\infty$

6- Tracer soigneusement la courbe Cf dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$

7- m étant un paramètre réel, déterminer graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre et les signes des solutions de l'équation $(E): x(|x+1| - m) + |x+1| + 1 = 0$

EXERCICE4 [8pts] (dénombrement)

1- Démontrer $\forall (n,p) \in IN^*, C_{2n+1}^{p} = C_{2n}^{p} + C_{2n}^{p-1}$

2- En posant **2n=N** déduire que $C_N^p = C_{N-1}^p + C_{N-1}^{p-1}$ ***et que*** $C_N^p = C_{N-2}^p + 2C_{N-2}^{p-1} + C_{N-2}^{p-2}$.

3- Déduire la solution de l'équation (E): $z^2 - zC_{2n+1}^p + C_{2n}^p.C_{2n}^{p-1} = 0$

Lors des compositions de fin du 1er trimestre, on constate que 25 élèves ont eu au moins 10/20 en **Maths**, 35 en **Physique** et 45 dans **l'une ou l'autre** des deux matières. On désigne par x, y et z le nombre d'élèves qui ont respectivement eu au moins 10/20 en Maths exclusivement, en Physique exclusivement et dans les deux matières.

1. (a) Justifier que x, y et z vérifient le système (S) : $\begin{cases} x+y+z=45 \\ x+z=25 \\ y+z=35 \end{cases}$ **0,75pt**

   (b) En déduire les valeurs de x, y et z.

2. Cinq élèves de cette classe dont 2 filles sont candidats à l'élection d'un bureau constitué d'un chef, de son adjoint et d'un délégué. ***On admet qu'il n'y a pas de cumul de poste***

   (a) Combien peut-on avoir de bureaux ayant une seule fille ?

   (b) Combien peut-on avoir de bureaux ayant un homme comme délégué ?

1- Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$ [4pt]

2- Les êtres humains sont repartis suivant la composition du sang en quatre groupes : O, A, B et AB. Dans une assemblée de dix donneurs de sang, quatre personnes appartiennent au groupe O, trois personne au groupe A, deux personne au groupe B et une personne au groupe AB. On choisit au hasard et simultanément trois personnes de cette assemblée. Déterminer :

a- Le nombre de choix possible [2pt]

b- Le nombre de choix ou les trois personnes appartiennent au même groupe sanguin

c- Le nombre de choix ou deux personnes au moins soient du même groupe sanguin

PARTIE : EVALUATION DES COMPETENCES[6pts]

KA-TROIS l'enfant de **Mr MAXWELL** travaille au ministère de la recherche scientifique Avec ses collègues, ils ont montré qu'une des conséquences du réchauffement climatique est la fonte des glaciers et ont modélisés cela par la fonction $f(t) = \frac{\sqrt{t+1}-3}{t-8}$ **, quantité** du glacier en fonction du temps (*ou l'unité de temps est en siècle*).

Maxwell a son ami, **KA-CINQ** qui est un joueur de golfe qui se trouve sur une colline *(fig22)* de hauteur **h** par rapport à la référence du sol. Il possède avec une succession d'expériences en frappant une balle et constate que le lieu d'atterrissage de la balle à chaque coup sur le sol est en fonction uniquement de la vitesse **v_0. De la balle** et de l'angle α que fais le vecteur vitesse avec niveau de référence (*altitude nul*) et la hauteur **h** ou il se trouve. Dans un repère si bien choisis. Il établie que la trajectoire décrit par la balle est donnée par la relation suivante :

$$P(x) = -\frac{5}{V_0^2(1+b^2)}x^2 + bx + h$$

$P(x)$: est l'ordonnée de la balle à une abscisse x quelconque

b :est la valeur de la tangente de l'angle α

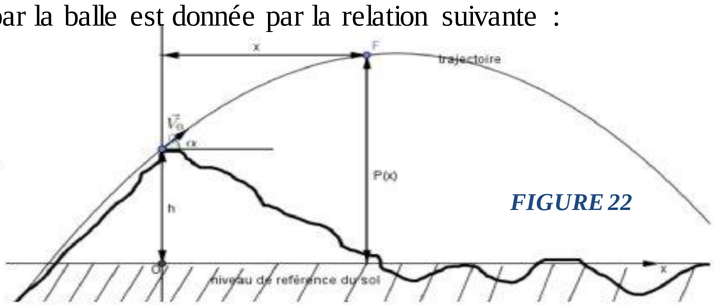

FIGURE 22

Tâche 1 : Quelle quantité de glaciers restera-t-il lorsqu'on sera proche de 8 siècles ?

Tache 2 : pour $\alpha = 45^0$ **et** $V_0 = 6m/s$, **le** joueur se trouve à une altitude de **2m**, quelle est la latitude au lieu d'atterrissage de la balle ?

Tache 3 : on constate qu'à une altitude de *6150m*, pour $V_0 = 2m/$, la balle atteint le sol et une longitude de **100m.** pour $\alpha = 45^0$. **Existe**-il un autre angle dans les mêmes conditions pourque la balle atteint celle même longitudes si oui le quel ?

Tache 4 : quel est l'altitude maximal atteint par la balle pour $\alpha = 45^0$, $V_0 = \frac{5m}{s}$ *et pour* $h = 2m$?

Bonus: *ABC est un triangle non rectangle tels que $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi$*

Démontrer que $cos^2(\widehat{A}) + cos^2(\widehat{B}) + cos^2(\widehat{C}) + 2cos(\widehat{A})\,cos(\widehat{A})\,cos(\widehat{B})\,cos(\widehat{C}) = 1$ **[4pts]**

« Le magouillât qui demande qu'on lui coût la culotte sait où mettre sa queue »