REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB EDEA

Collège Polyvalent Georges Schwab
1er & 2nd cycle général et technique

Année scolaire : 2022-2023
Classe : T^le D
Durée : 4h Coefficient : 4
Prof : T. N. AWONO MESSI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°2 DU 2ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

1. **(a)** Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1): z^2-2z+2=0.$ **0,5pt**

(b) Précise le module et un argument de chacune des solutions de $(E_1).$ **0,5pt**

(c) Déduis-en dans $\mathbb{C}$ les solutions de $(E):(-iz+3+3i)^2-2(-iz+3+3i)+2=0.$ **0,75pt**

2. Le plan complexe $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité $1cm.$

On donne les points A,B et C d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=1-i$ et $z_C=2-2i.$

(a) Place les points A,B et C dans le repère. **0,5pt**

(b) Donne la forme trigonométrique de $\delta=\dfrac{z_E-z_C}{z_E-z_A}$ avec E d'affixe $z_E=3.$ **0,5pt**

(c) Déduis-en la nature du triangle $AEC.$ **0,25pt**

3. On considère la transformation r du plan dans lui-même qui a tout point M d'affixe $z=x+iy$ associe le point M' d'affixe $z'=x'+iy'$ tel que : $\begin{cases}x'=-y\\y'=x-4\end{cases}$

(a) Donne l'écriture complexe de $r.$ **0,5pt**

(b) Précise la nature et les éléments caractéristiques de $r.$ **0,75pt**

(c) Soit (Γ) le cercle de centre E et de rayon $\sqrt{5}.$

Détermine et construis l'image (Γ') de (Γ) par r dans le repère précédent. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (5,5 points)

1. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2-1+\ln x.$

(a) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variations. **0,75pt**

(b) Calcule $g(1)$ et déduis-en le signe de $g(x).$ **0,5pt**

2. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=ax+b-\dfrac{\ln x}{x}.$ On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique $2cm.$

(a) Sachant que la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point $A(1;0)$ et qu'elle admet en ce point une tangente horizontale, montre que $a=1$ et $b=-1.$ **0,75pt**

(b) Calcule $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x).$ **0,5pt**

(c) Vérifie que pour tout $x>0, f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ et dresse le tableau de variations de $f.$ **0,75pt**

3. **(a)** Justifie que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=x-1$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}.$ **0,25pt**

(b) Etudie les positions relatives de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\mathscr{D}.$ **0,5pt**

(c) Trace $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}.$ **0,75pt**

4. Calcule l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2, de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (4,5 points)

A) On considère les suites numériques (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = e^3 \\ U_{n+1} = e\sqrt{U_n} \end{cases}$ et $V_n = -2 + \ln(U_n)$.

1. Justifie par calculs que $V_1 = \frac{1}{2}$. **0,5pt**

2. Démontre que (V_n) est une suite géométrique. Précise son 1er terme et sa raison. **0,75pt**

3. Exprime V_n puis U_n en fonction de n. **1pt**

4. Etudie la convergence de la suite (U_n). **0,5pt**

B) 1. Démontre que pour tout réel x, on a : $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$. **0,25pt**

2. Déduis-en la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$. **0,75pt**

3. Calcule à l'aide d'une intégration par parties la valeur exacte de $J = \int_0^1 e^x \ln(1+e^x) dx$. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Une étude du service des transports donne la distance de freinage Y d'une voiture sur une route en bon état en fonction de sa vitesse X.

Vitesse X (en km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Distance Y (en m)	8	12	18	24	32	40	48	58	72

On suppose que cette évolution se poursuit et que le coefficient de corrélation linéaire vaut $0,998$.

M. BELL, un automobiliste roulant à $150km/h$ entame un freinage à $85m$ d'un obstacle immobile.

Pour réduire le nombre d'accidents de circulation dû à la consommation d'alcool par les automobilistes, la gendarmerie nationale utilise un nouvel alcootest. Après un essai, dans une population composée de 8% de personnes ivres, la gendarmerie recueille les statistiques suivantes :

- 80% des automobilistes ivres sont déclarés positifs à ce test ;
- 95% des automobilistes non ivres sont déclarés négatifs à ce test.

Le Commandant de brigade de la gendarmerie de cette localité voudrait savoir le nombre minimal d'automobilistes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieure à $0,99$.

Tâches :

1. **M. BELL** percutera-t-il l'obstacle ? **1,5pt**

2. Quelle devrait être la vitesse maximale de **M. BELL** au moment du freinage pour ne pas heurter l'obstacle ? **1,5pt**

3. Aide le Commandant de brigade à répondre à sa préoccupation. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt