

| GROUPE DE RÉPÉTITIONS "LES GENIS", TEL: 677... |                                |           |
|------------------------------------------------|--------------------------------|-----------|
| ANNEE SCOLAIRE 2022-2023                       | SUJET DE RÉVISION N°...        | DUREE : . |
| CLASSE : TLe D                                 | DEPARTEMENT DE : MATHÉMATIQUES | COEF : .  |
| EXAMINATEUR : M. Ben SAMEZ                     |                                |           |

## PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES /15 points

### EXERCICE-1 /3 points

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - (6 - i)z + 9 - 3i = 0.$$

[0,75 Pt]

2. Soit  $S$  la similitude directe du plan d'expression analytique :  $\begin{cases} x' = -3y - 1 \\ y' = 3x - 7 \end{cases}$ .

a. Déterminer l'écriture complexe de  $S$ .

[0,5 Pt]

b. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $S$ .

[0,75 Pt]

c. Déterminer une équation de l'image par  $S$  de la droite  $(AB)$ .

$A$  et  $B$  étant les points d'affixes respectives 3 et  $3 - i$ .

[0,5 Pt]

d. Déterminer une équation de  $(C')$ , image par  $S$  du cercle  $(C)$  dont une équation cartésienne est :

$$(x - 3)^2 + y^2 = 1.$$

[0,5 Pt]

### EXERCICE-2 /3 points

Les documents paléontologiques confirmant l'idée d'évolution sont nombreux. Parmi les mieux connus figurent les ossements fossiles des ancêtres du cheval actuel. Les longueurs du crâne et de la face pour une série d'animaux représentatifs de la lignée des ancêtres du cheval sont consignées dans le tableau suivant :

| Nom                | Longueur du crâne $x_i$ en cm | Longueur de la face $y_i$ en cm |
|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| <i>Eohippus</i>    | 7,5                           | 10,7                            |
| <i>Meshippus</i>   | 11                            | 12,8                            |
| <i>Merychippus</i> | 14,5                          | 18,5                            |
| <i>Pliohippus</i>  | 15,5                          | 22,5                            |
| <i>cheval</i>      | 21,5                          | 31,2                            |

1. Représenter le nuage de points associé à cette série  $(x_i, y_i)$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (Unité graphique 0,5 cm)

[0,5 Pt]

2.a. Un ajustement affine du nuage de point paraît-il possible ?

[0,25 Pt]

b. Déterminer les coordonnées des points moyens  $G_1$  et  $G_2$  correspondant respectivement aux trois premiers points et aux deux derniers.

[1 Pt]

c. Donner l'équation de la droite  $(G_1G_2)$  sous la forme  $y = ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des paramètres à déterminer. Tracer cette droite.

[0,75 Pt]

3. Estimer la longueur de la face d'un descendant du cheval qui aurait dans des millions d'années, une longueur de crâne de 23,2 cm.

[0,5 Pt]

### EXERCICE-3 /4 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{1-x \ln x}{x}$

On admet que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur l'intervalle  $I = [\frac{3}{2}; 2]$ . Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$

On définit la suite numérique  $(u_n)$  telle que :  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

1. Sachant que  $f(\alpha) = 0$ , montrer que  $\alpha$  est solution de l'équation  $g(x) = x$ .

[0,5 Pt]

2. Montrer par récurrence que pour tout entier  $n, u_n \in I$ .

[0,75 Pt]

3. On suppose que pour tout  $x$  de  $I, |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ . En appliquant le théorème de l'inégalité des accroissements finis, montrer que :

$$\forall x \in I, |g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|.$$

[0,75 Pt]

4 a. Montrer que :  $\forall n \geq 0, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$ .

[0,75 Pt]

b. En déduire que  $\forall n \geq 0, |u_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^n$ .

[0,75 Pt]

c. Montrer que la suite  $(u_n)$  converge vers  $\alpha$ .

[0,5 Pt]

### EXERCICE-4 /5points

L'objectif de cet exercice est d'étudier la fonction  $f : x \mapsto \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 4x - 12}$ .

1. déterminer le domaine de définition de  $f$ .

[0,25 Pt]

2. Etudier la continuité de  $f$  sur son domaine de définition.

[0,25 Pt]

3. Ecrire  $f$  sans le symbole de la valeur absolue.

[0,5 Pt]

4. Etudier les variations de  $f$  sur son domaine de définition.

[1 Pt]

5. Etudier la dérivabilité de  $f$  en  $-2$  et en  $6$  et interpréter graphiquement les résultats obtenus.

[1 Pt]

6. Etudier les branches infinies de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

[0,5 Pt]

7. Dresser le tableau des variations de  $f$ .

[0,5 Pt]

8. Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , représenter la courbe  $(\mathcal{C})$ , les asymptotes et les demi-tangentes éventuelles.

[1 Pt]

## PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES /5 points

### SITUATION PROBLEME

Trois gisements de gaz A, B et C présentant chacun 100 milliards de  $m^3$  de quantité, ont été découverts dans un pays. L'inauguration a eu lieu à une certaine année (année 0) prise comme origine des temps  $t$  (en années).

L'exploitation du gaz des gisements A et B avait commencé à la date  $t = 0$  et celle du gisement C légèrement avant. Seulement à la date  $t = 1$ , la quantité totale du gaz extraite de chacun de gisements A et C était de 5,01 milliards de  $m^3$ .

- Pour le gisement A et à partir de la 2e année, la quantité de gaz extraite chaque année augmente de 0,75 milliards de  $m^3$  par rapport à celle de l'année précédente.

- Pour les gisements B et C, les ingénieurs pétrochimistes savent que si  $q(t)$  est la quantité totale (en milliards de  $m^3$ ) de gaz extraite de chacun de ces gisements à la date  $t$ , alors le taux d'extraction ou de consommation du gaz du gisement à cette date  $t$  est  $q'(t)$  (milliards de  $m^3$  par an).

- Au niveau du gisement B, ce taux est  $(\frac{1}{2t+1} + 0,02t)$  milliard de  $m^3$  par an.

- Au niveau du gisement C, ces taux (aux dates  $t$ ) sont proportionnels aux quantités de gaz extraites à ces dates. A la date  $t = 1$  ce taux était 5,01 milliards de  $m^3$  par an.

**Tâches :**

1. En combien d'années le gisement A s'épuisera-t-il ?

[1,5 Pt]

2. Combien d'années d'extraction suffiront à ce pays pour épuiser le contenu du gisement B ?

[1,5 Pt]

3. Après l'inauguration, combien d'années faudra-t-il à ce pays pour vider le gisement C de son contenu ?

[1,5 Pt]

**présentation :**

[0,5 Pt]