MINESEC	*EVALUATION SOMMATIVE 2*
	ANNEE SCOLAIRE 2020/2021
COLLEGE PRIVE SOCRATE	*Classe : T^{le}D Vendredi, 05 Mars*
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	*Durée : 4 heures / coef : 4*

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB: Clarté, lisibilité et précision seront prises en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A — EVALUATION DES RESOURCES — 15 points

EXERCICE 1 : 04 points

A. On considère deux nombres complexes z_1 et z_2 tels que : $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} + i$ puis $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Donner la forme exponentielle de z_1, z_2 et de z_3. 0,75pt
2. Déterminer la forme algébrique de z_3. 0,25pt
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$, $\sin\frac{\pi}{12}$ et de $\tan\frac{\pi}{12}$. 0,5pt

B. On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = u^2 z - i$ où u est nombre complexe.

1. Déterminer les valeurs de u pour lesquelles f est une translation que l'on caractérisera. 0,5pt
2. Déterminer les valeurs de u pour lesquelles f est une homothétie de rapport 2 dont-on déterminera l'affixe du centre. 0,5pt
3. Déterminer les valeurs de u pour lesquelles f est une rotation d'angle $-\frac{2\pi}{3}$. 0,75pt
4. Déterminer les valeurs de u pour lesquelles f est une similitude d'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et de rapport 4. 0,75pt

EXERCICE 2 : 05 points

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2 + x)^2 e^{-x}$. On désigne par (Cg) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer les limites aux bornes de son ensemble de définition et donner une interprétation graphique du résultat. 0,75pt
2. Justifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer la dérivée g' de g. 0,5pt
3. En déduire les variations de g et dresser son tableau de variation. 0,75pt
4. Etudier les branches infinies de (Cg). 0,5pt
5. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-x^2 - 2x)e^{-x} - 1$.
   a. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 0,75pt
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β $(\alpha < \beta)$. 0,5pt
   c. Donner un encadrement de β à 10^{-1} près. 0,5pt
   d. Montrer que (Cg) admet deux points où la tangente à (Cg) est parallèle à la droite $(D) : y = x$. 0,25pt
6. Construire (Cg). 0,5pt

EXERCICE 3 : 04 points

A. On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_1 = 1 \\ (U_{n+1})^2 = 2U_n\ ; \quad \forall n > 1 \end{cases}$

1. Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1, U_n > 0$. 0,5pt
2. Calculer U_2 et U_3. On donnera les résultats sous forme de puissance de 2. 0,5pt
3. On pose pour tout entier naturel $n > 1, V_n = \ln U_n - \ln 2$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a. Montrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique dont-on déterminera la raison et le premier terme. 0,5pt

b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. 0,75pt

c. On pose : $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ et $T_n = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$.

i. Calculer S_n et T_n en fonction de n. 0,75pt

ii. Etudier la convergence éventuelle des suites $(S_n)_n$ et $(T_n)_n$. 0,5pt

B. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ 0,5pt

EXERCICE 4 : **02 points**

Pour chacune des questions suivantes, choisir la bonne réponse parmi les quatre proposées. $0{,}5pt \times 4$

1. Une primitive de la fonction $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $]0, +\infty[$ est :
   a. $F(x) = \ln x^2$ $b. F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ $c. F(x) = \frac{1}{\ln x}$ $d. F(x) = \frac{xlnx}{x}$
2. Toute suite monotone et bornée est :
   a. Convergente b. Croissante c. Décroissante d. Divergente
3. La forme linéarisée de sin^4x est :
   a. $\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{3}{8}$ $b.$ $\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{2}\sin x + \frac{3}{8}$ $c. \frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{8}$
   $d.$ $\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{3}{8}$
4. La dérivée de la fonction $g(x) = \ln(e^{-2x} + 1)$ définie $\mathbb{R}$ est :
   a. $g'(x) = \frac{-2}{1+e^{-2x}}$ $b. g'(x) = \frac{e^{-2x}}{e^{-2x}+1}$ $c. g'(x) = \frac{4}{(1+e^{2x})^2}$ $d. g'(x) = \frac{2}{1+e^{2x}}$

PARTIE B EVALUATION DES COMPETENCES 04,5 points

Monsieur TAMO, chef d'entreprise d'une PME de fabrication de savon pharmaceutique peut fabriquer jusqu'à 5 000 morceaux par jour. Le coût de production journalière, exprimé en millions de franc CFA est modélisé par une fonction $C(n) = n^2 \ln n - 3n^2 - 8$ où n est le nombre de milliers de morceaux produits et ln, la fonction logarithme népérien . Sur le marché, le morceau de ce savon est vendu à 2 000 franc CFA. (2000= 0,002 millions)

Pour des travaux de construction d'une nouvelle fosse de dépôt d'ordure toxine de sa société, il décide d'engager la société COSO SAR, spécialisée dans le puisage à grande profondeur. Cette société lui dit qu'elle creusera 5 mètres le premier jour et chaque jour suivant elle ferra 10% de plus que la veille. Monsieur TAMO dispose de 1 000 000 franc CFA pour les travaux et le mètre est facturé à 1000 franc CFA.

Tâche1. Quelle est le nombre de jour de travail réalisée par la société COSO SAR ? 1,5pt

Tâche2 : Déterminer le nombre minimal de morceau de savon que la société doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. 1,5pt

Tâche3 : Quelle est la quantité de savon qu'il peut fabriquer avec un budget de 6 millions de franc CFA ?

PRÉSENTATION : 0,5 PT

Examinateur : M. Christian NGUEGANG