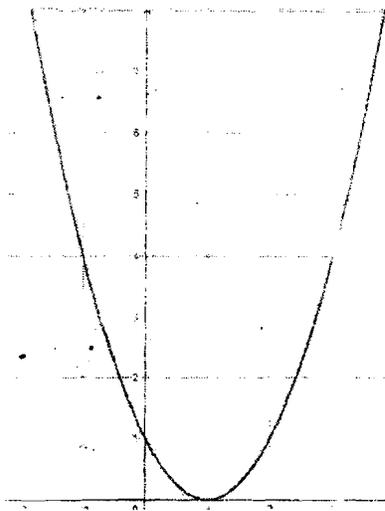


|                              |  |                          |
|------------------------------|--|--------------------------|
| Collège F.X. VOGT            |  | Année scolaire 2022-2023 |
| Département de Mathématiques | MINI SESSION   | 01 FEVRIER 2023          |
|                              | Durée : 3h Niveau : PD et TI   |                          |

**PARTIE A : Evaluation des ressources (15points)**

**EXERCICE 1 : 4,5 points**



La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction  $f$ . On suppose que  $f(x) = ax^2 + bx + c$

1) A- Sachant que  $f(-1) = 4$  ;  $f(1) = 0$  et  $f(2) = 1$ .

Montrer que  $a$  ,  $b$  et  $c$  vérifient le système :

$$(S) \begin{cases} x - y + z = 4 \\ x + y + z = 0 \\ 4x + 2y + z = 1 \end{cases} \quad 0,75\text{pt}$$

B- Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système (S) et en déduire que

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad 1,5\text{pt}$$

C- En déduire que la droite (D) d'équation cartésienne  $x = 1$  est axe de symétrie à la courbe représentative (C) de  $f$ .

0,75pt

2) On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f(|x|)$ .

a- Démontrer que  $g$  est une fonction paire.

0,5pt

b- Reproduire (C) et construire la courbe  $(c_g)$  de  $g$  dans le même repère que (C).

1pt

**EXERCICE 2 : 4 points**

1) Soit  $h: x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$  :

a- Déterminer l'ensemble de définition  $D_h$  de la fonction  $h$ .

0,5pt

b- La fonction  $h$  admet-elle un prolongement par continuité en 1 ? Si oui définir ce prolongement  $r$ .

1pt

2) Calculer les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 + 5x + 7$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

1pt

3) A- Démontrer que  $\forall x > 0, \frac{-x}{x^2+1} < \frac{x \sin x}{x^2+1} < \frac{x}{x^2+1}$

0,75pt

B- En déduire limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{x^2+1}$

0,75pt

**EXERCICE 3: 3 points**

1) Calculer  $(\frac{\sqrt{2}-1}{2})^2$ .

0,5pt

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système : 
$$\begin{cases} x + y = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ xy = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

1pt

3) En déduire les solutions dans  $]0; \frac{\pi}{2}[ \times ]0; \frac{\pi}{2}[$  du système 
$$\begin{cases} \cos x + \sin y = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ \cos x \sin y = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

1,5pt

#### **EXERCICE 4 : 3,5 points**

ABC est un triangle tel que :  $AB = 8 \text{ cm}$  ;  $AC = 6 \text{ cm}$  et  $BC = 10 \text{ cm}$ . On considère les points G et J tels que :  $4\vec{AG} - \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$  et J est le milieu du segment  $[BC]$ .

- 1) Montrer  $G = \text{Bar}\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$ . 0,5pt
- 2) En déduire que les points A, G et J sont alignés. 0,5pt
- 3) Faire une figure, placer les points G et J puis montrer que  $AJ = BJ = 5 \text{ cm}$  1pt
- 4) On considère l'ensemble (C) des points M du plan tels que : 
$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 100$$
  - a- Montrer que  $MB^2 + MC^2 = 2MJ^2 + 50$ . 0,5pt
  - b- En déduire que  $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 75$ . 0,5pt
  - c- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (C). 0,5pt

#### **Partie B : Evaluation des compétences (4,5 points)**

M TOUA est un homme d'affaire. On lui avait proposé d'acheter un terrain à 3 000 000 FCFA, il ne l'a pas fait rapidement et ce prix a subi une première hausse de  $x\%$  puis une deuxième hausse de  $(x + 3)\%$  et finalement M TOUA l'a acheté à 3 402 000 FCFA.

Ce terrain est en fait rectangulaire et M TOUA ne connaît pas les dimensions de son terrain. Un géomètre acertifié à son fils ALEX élève en classe de première, que la longueur et la largeur de ce terrain sont des solutions de l'équation (E) :  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ . Le géomètre précise que l'une des solutions de cette équation est  $-2$ . (L'unité ici étant le décimètre)

Sur une partie de ce terrain M TOUA veut construire un enclos pour l'élevage de quelques animaux. Il compte mettre tout autour de cette partie trois rangées de fil barbelé vendue à 850 FCFA le mètre. Sachant que cette partie est délimitée par les points M du plan tel que :  $\vec{MA} * \vec{MB} = 22$  où A et B sont deux points du terrain tel que  $AB = 10 \text{ m}$  il voudrait savoir combien il doit prévoir pour sécuriser cette partie. On suppose que  $\pi = 3,14$

- 1) Déterminer le montant de la deuxième augmentation avant l'achat du terrain. 1,5pt
- 2) Déterminer le montant du mètre carré du terrain au moment de l'achat du terrain. 1,5pt
- 3) Déterminer le montant nécessaire pour l'achat du fils barbelé ? 1,5pt

**Présentation :** 0,5pt