COLLÈGE F.X. VOGT		Année scolaire 2022-2023
Second cycle Département de Mathématiques	CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES	Date: Samedi 14 janvier 2023 Niveau 1ère D-TI Durée : 3h ; Coeff :4

Partie A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 5,5 points

ABC est un triangle tel que : $AB = 5\,cm$; $BC = 3\,cm$; et $AC = 7\,cm$. On donne quatre points E, J, K et L tels que : B soit le milieu du segment $[CE]$; $2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$ et $K = bar\{(A;4);(B;6)\}$.

1. Construire ce triangle et placer les points E, J, K et L. **1,25pt**
2. Montrer que les droites $(AJ), (BL)$ et (CK) sont concourantes. **0,75pt**
3. a) Écrire E comme barycentre des points B et C. **0,5pt**
   b) Montrer que $E = bar\{(A;-4);(B;-6);(L;7)\}$. **0,75pt**
   c) En déduire que les points E, K et L sont alignés. **0,5pt**
4. On désigne par (Δ) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 = 40$.
   a) Montrer que le point C appartient à (Δ). **0,5pt**
   b) Déterminer et construire (Δ). **1,25pt**

Exercice 2 : 5,5 points

A- Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4). On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré dans ce sac.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles. **0,5pt**
2. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels :
   a) Les 3 jetons sont verts. **0,5pt**
   b) Exactement 2 jetons sont verts. **0,5pt**
   c) Au plus 2 jetons sont verts. **0,5pt**

B- 1. Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{4|3-x|}{(x-3)(2x+2)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,5pt**
b) Déterminer la restriction de f sur l'intervalle $]3;+\infty[$. **1pt**

2. Soit g l'application définie de $]3;+\infty[$ vers $]0;\frac{1}{2}[$ par $g(x) = \frac{2}{x+1}$.
   a) Montrer que g est injective, puis que g est surjective. **1pt**
   b) En déduire que g est bijective et déterminer sa bijection réciproque g^{-1}. **1pt**

Exercice 3: 4 points

On considère l'application h définie de $\mathbb{R}^*$ vers $\mathbb{R}^*$ par $h(x) = \frac{1}{x}$, et la fonction m de la variable réelle x définie par $m(x) = \frac{x+5}{x+2}$. Sachant qu'une application est une fonction :

1. Montrer que h est impaire. **0,5pt**

sujetexa.com

2. Déterminer le domaine de définition D de la fonction composée $m \circ h$, puis expliciter $m \circ h(x)$, pour tout $x \in D$. **0,75pt**
3. Montrer que pour tout réel $x \neq -2$, on a $m(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$. **0,5pt**
4. En déduire que la fonction m peut s'écrire comme composée de deux fonctions u et v à déterminer. **0,5pt**
5. Montrer que la courbe représentative (C_m) de la fonction m admet le point $A(-2; 1)$ comme centre de symétrie. **0,75pt**
6. Étant donné un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$, on dit qu'une application f: E→E est involutive (ou est une involution) lorsque : $f \circ f = Id_E$, où Id_E désigne l'application identité de E. En d'autres termes, une application f: E→E est involutive lorsque $\forall x \in E$, $f(f(x)) = x$.
   a) Montrer que toute involution f est une application bijective, et prouver que sa bijection réciproque $f^{-1} = f$. **0,75pt**
   b) Montrer que l'application h est une involution. **0,25pt**

Partie B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation :

Monsieur KITIO est chef d'une entreprise spécialisée en architecture. Son directeur des travaux, monsieur OUSMAN, et lui-même ont parcouru tous les deux chacun à bord de son véhicule, une distance de 400 km sans arrêt, pour aller présenter au responsable d'un hôtel le plan d'une piscine, dont leur entreprise a été chargée de la réalisation. Durant tout le voyage aller, le véhicule de monsieur KITIO roulait avec une vitesse supérieure de 20Km/h par rapport à celle de son collaborateur monsieur OUSMAN. Son voyage a donc duré 1h de moins que celui de son collaborateur.

Monsieur OUSMAN a proposé le plan d'une piscine qui sera bâtie sur un espace dont le bord contient les points M vérifiant la relation $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 20$, où A et B sont deux points de ce plan tels que $AB = 8\ mètres$.

De retour de leur voyage, monsieur KITIO et son collaborateur se sont arrêtés dans un marché de fruits, et y ont acheté auprès d'une commerçante des oranges, des papayes et des ananas aux prix unitaires respectifs suivants : 250 FCFA, 600 FCFA et 800 FCFA. Ils ont acheté au total 12 fruits pour un montant total de 6 400FCFA.

Tâches :

1. Déterminer la durée du voyage aller de chacun. **1,5pt**
2. Déterminer l'aire de l'espace réservé à la construction de la piscine par M. OUSMAN. **1,5pt**
3. Déterminer le nombre de fruits de chaque variété qu'ils ont achetés. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

sujetexa.com