GROUPE CAUCHY - SCHWARTZ
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EFFORT-TRAVAIL-SUCCÈS
Email : pnzouekeu@gmail.com

FICHE DE TRAVAUX DIRIGÉS N°6
TERMINALE C

NZOUEKEU PATRICE (ING-PLEG)
CONTACT WHATSAPP :
(+237)676764402

L'ÉPREUVE COMPORTE DEUX EXERCICES ET UN PROBLÈME SUR TROIS PAGES.

Exercice 1

Exercice 2

Problème 1

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2 cm)

PARTIE A :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1, 1\}$ par

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x^2 - 1|}}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1
(a) Montrer que l'on peut restreindre l'ensemble d'étude de f à l'intervalle $D = [0, 1[\cup]1, +\infty[$.

(b) Étudier le sens de variations de f sur $D = [0, 1[\cup]1, +\infty[$.

(c) Dresser le tableau de variations de f sur D.

(d) Tracer la courbe (C).

2 Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $E =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

On désigne par (Γ) la courbe représentative de g dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(a) Montrer que la restriction g_1 de g à $]1, +\infty[$ est une application bijective de $]1, +\infty[$ sur un intervalle I_1 à préciser.

(b) En déduire que g est une application bijective de E sur E.

(c) Déterminer la composée $g \circ g$ et en déduire $g^{-1}(x)$.

(d) En déduire que (Γ) admet la droite (Δ) d'équation $x - y = 0$ pour axe de symétrie.

(e) Démontrer que (Γ) est invariante par la réflexion d'axe la droite d'équation $x + y = 0$.

3 Soit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_0 \in]1, +\infty[$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = g(u_n)$.

(a) Montrer que 2 est une période de (u_n).

(b) Déterminer la valeur de u_0 pour laquelle la suite (u_n) est convergente.

4 Soit $\alpha \in]1; \sqrt{2}[$

(a) Calculer l'aire $A(\alpha)$ de l'ensemble des ponts M dont les coordonnées (x, y) vérifient : $\begin{cases} \alpha \leq x \leq \sqrt{2} \\ x \leq y \leq f(x) \end{cases}$

(b) Déterminer $\lim_{\alpha \to 1} A(\alpha)$ et en déduire l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe (Γ) et les droites d'équations $x = 1$ et $y = 1$.

Partie B :

A tout point M du plan $\mathcal{P}$, on note P et Q les projetés orthogonaux de M respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

Soit φ, l'application du plan $\mathcal{P}$ dans lui même qui à tout point M associe le point M' tel que :

— Si $M = O$ alors $M' = O$

— Si $M \neq O$ alors M' est le projeté orthogonal de O sur la droite (PQ).

1 Déterminer les images des axes de coordonnées par φ.

2 (a) Soit M de coordonnées (a, b) un point distinct de O. Démontrer que les coordonnées (a', b') du point M' vérifient $a' = \dfrac{ab^2}{a^2 + b^2}$ et $b' = \dfrac{a^2 b}{a^2 + b^2}$.

(b) Soient $A(4, 0)$ et $B(0, 4)$ et I le millieu de $[AB]$. Déterminer les coordonnées des points A',B' et I' images respectives des points A, B et I.

3

4

5