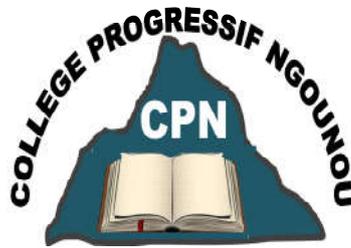


MINESEC
COLLEGE NGOUNOU
BP : 9537 Bonabéri
Département de Mathématiques



18 FEVRIER 2023
Devoir surveillé N°4
Classe de 1^{ère} C
3 heures - Coef : 6

A. EVALUATION DES RESSOURCES : 30 points

EXERCICE 1 : Fonctions (9 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer les réel a et b tels que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = a + \frac{b}{x-1}$. 1pt

2. Soit la fonction $g: x \mapsto g(x) = \frac{-3}{x}$ et C_g sa courbe représentative.

2a) Montrer que $g(x-1) - 2 = f(x)$. 1pt

2b) En déduire la transformation du plan par laquelle C_f se déduit de C_g . 1pt

2c) Construire C_g et C_f sur $[-6; 6]$ dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) . 3pts

3. Soit la fonction $k: x \mapsto k(x) = \frac{|-2x-1|}{|x-1|}$ et C_k sa courbe représentative.

Expliquer comment on construit C_k à partir de C_f . 1pt

4. Montrer que le point $H(1; -2)$ est un centre de symétrie à C_f . 2pts

EXERCICE 2 : Limites et continuité (9 points)

1. Calculer les limites suivantes : 4pts

$$i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}; \quad 2i) \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^+} \frac{-2 + x}{4 - 3x};$$

$$3i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}; \quad 4i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+5} - \sqrt{x-3}.$$

2. On considère la fonction

$$f: x \mapsto \begin{cases} f(x) = 2x^2 - 1; & \text{pour } x < -1 \\ f(x) = \frac{x^2+1}{-x-3}; & \text{pour } x \in [-1; 3[\\ f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-7}{x}; & \text{pour } x \geq 3 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(3) = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

2a) Etudier la continuité de f en -1 . 1pt

2b) Etudier la continuité de f en 3 . 1pt

3. On considère la fonction $g: x \mapsto \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{-x+2}$

3a) Montrer que g admet un prolongement par continuité en 2 . 1,5pt

3b) Définir ce prolongement que l'on notera h . 1,5pt

EXERCICE 3 : Dérivation (12 points)

A - / 8 points

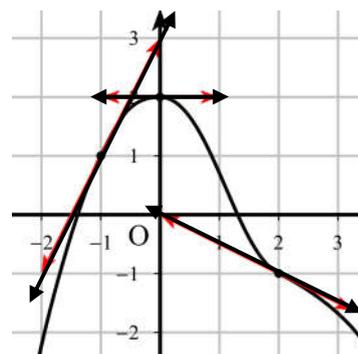
1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto (-2x+1)\sin x; \quad g: x \mapsto x^2 - x + \frac{3}{2x-3}$$

$$h: x \mapsto (3x+5)(x^2-1); \quad p: x \mapsto \frac{x^2+2x-3}{-2x+1}$$

2. La courbe ci - contre est celle d'une fonction f .

Donner la valeur de $f'(-1)$ et $f'(2)$.



4pts

1pt

3. Etudier puis dresser le tableau de variation de la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x^4 - 8x^2 + 1$. 3pts

B - / 4 points

On se propose d'étudier la fonction f dont le tableau de variation est celui représenté ci - dessous.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0,5$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

Déterminer :

- a) le domaine de définition D_f de f . 1pt
- b) les limites aux bornes du D_f . 1pt
- c) les équations des asymptotes à (C_f) . 1pt
- d) les extrema relatifs de (C_f) . 1pt

B. EVALUATION DES COMPETENCES : 10 points

Situation :

Pour aider ses parents à payer ses études, la petite SARA vend les croquettes en sachet. Son capitale qui initialement était de 10000FCFA va subir successivement deux hausse de $x\%$ et de $(x + 10)\%$ pour atteindre le montant de 14375 FCFA.

La machine qu'elle utilise pour sceller les sachets de croquettes utilise une batterie qui délivre une tension alternative $U(t)$ (en Volt), qui varie en fonction du temps t (en s). On admet que $U(t) = 12\sqrt{2}\sin t$ volts, et que la charge n'a lieu que si la tension $U(t)$ est supérieure à 12 volts.

Chaque week-end, SARA produit x sachets de croquettes, $x \in [15; 50]$. Elle a constaté que pour x sachets de croquettes produits, elle réalise en FCFA un bénéfice $B(x)$, donné par la relation $B(x) = -10x^2 + 700x - 2000$.

Tâches:

- 1. Calculer le capitale de SARA après la première hausse 3pts
- 2. Déterminer l'intervalle de temps t contenue dans $[0; 2\pi]$ dans lequel la charge s'effectue. 3pts
- 3. Calculer le bénéfice maximal de SARA si elle écoule toute sa production. 3pts
- 4. Présentation. 1pt