CENTRE D'EDUCATION ET DE COACHING POUR UNE MENTALITE EMERGENTE EN VUE D'UN CAMEROUN EMERGENT
Tél : 6 94 84 16 82 / 6 99 13 13 34
696 44 84 02/675 95 7731

EDUCATION AND COACHING CENTER FOR AN EMERGING MENTALITY FOR AN EMERGING CAMEROON
Tel : 699 13 13 34 / 677 30 26 56
696 44 84 02 / 695 11 64 75

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES SUR LES FONCTIONS

***Classe :* PC *Proposé par :* Dr FOTSO Alphonse**

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie de IR vers IR par : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-2}$ où a, b et c sont des réels, et on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan.

1- Déterminer les réels a, b et c pour que :
- (C_f) passe par le point A(0 ; 5)
- (C_f) admette un extremum relatif au point d'abscisse 0.
- la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1 ait pour coefficient directeur 3.

2- Etudier les variations de f sur son ensemble de définition et dresser le tableau de variation de f.

3- Montrer que (C_f) admet une asymptote verticale et une asymptote oblique (D) d'équation cartésienne y = cx + d.

4- Etudier la position relative de (C_f) et (D).

5- On considère le point O'(2 ; 4c + d)
Déterminer l'équation de (C_f) dans le repère $(O' ; \vec{i} ; \vec{j})$ puis en déduire que le point O' est le centre de symétrie de (C_f).

6- Construire (C_f) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

7- Déterminer le nombre et le signe des solutions de l'équation f(x) = m où m est un paramètre réel.

8- On considère la fonction g définie de IR vers IR par : $g(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{|x-2|}$
Déterminer les transformations planes permettant d'obtenir la courbe de g à partir de celle de f.

EXERCICE 2

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

X	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
f'(x)		+		-	||	-		+	
f(x)	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

1- Déterminer l'ensemble de définition de f puis les limites aux bornes de cet ensemble.

2- Déterminer le signe de f sur son ensemble de définition.

3- Déterminer le nombre et le signe des solutions de l'équation f(x) = m où m est un paramètre réel.

4- Dresser les tableaux de variations des fonctions g et h définies de IR vers IR par : $g(x) = f(|x|)$ et $h(x) = |f(x)|$.

5- On suppose que $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$.
Déterminer les réels a, b, c et d.

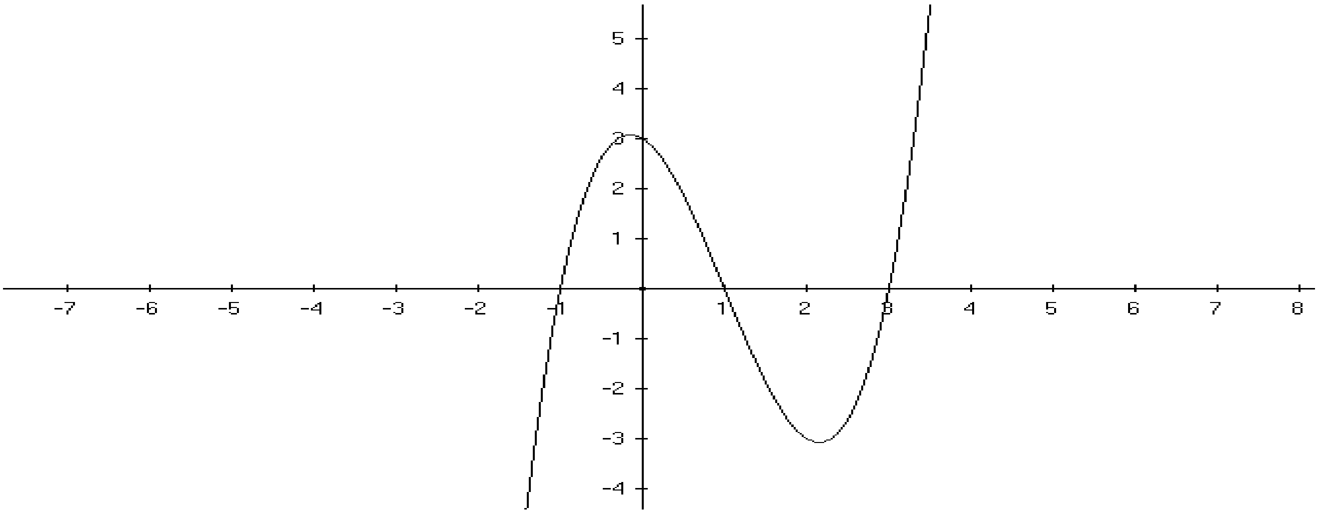
6- Montrer que pour tout x différent de –d, $f(x) = ex + f + \frac{t}{x+d}$ où e, f et t sont des réels à déterminer.

7- En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne.

8- Construire dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) les courbes des fonctions f, g et h.

EXERCICE 3

La courbe représentative ci-dessous est celle de la dérivée d'une fonction f dans un repère (O ; I ; J) du plan.



1- Déterminer le sens de variation de la fonction f.

2- Déterminer les points de la courbe de f où la tangente à la courbe de f est parallèle à l'axe des abscisses.

3- Déterminer f' sachant qu'elle est une fonction polynôme de degré 3.

4- Déterminer f sachant qu'elle est une fonction polynôme de degré 4.

5- Dresser le tableau de variation de f.

6- Construire la courbe de f dans un repère orthonormal (O ; I ; J).

7- En déduire celle de la fonction g telle que pour tout réel x, g(x) = f(x + 2) – 2.

EXERCICE 4

On considère la fonction u définie de IR vers IR par : f(x) = $\frac{x^2-1}{|x|+2}$.

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2- Etudier la parité de la fonction f puis en déduire une conséquence géométrique.

3- Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0 puis en déduire une conséquence géométrique.

4- Calculer la limite de [f(x) –x + 2] en +∞ et la limite de [f(x) + x + 2].

5- En déduire les asymptotes à la courbe représentative de la fonction f.

6- Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

7- Dresser le tableau de variation de f.

8- Etudier la position relative de la courbe de f et des droites d'équation y = x – 2 et
y = -x - 2.

9- Etudier la position relative de la courbe de f et des tangentes au point d'abscisse 0.

10- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes de coordonnées.

11- Construire soigneusement la courbe de f dans un repère (O ; I ; J) du plan.

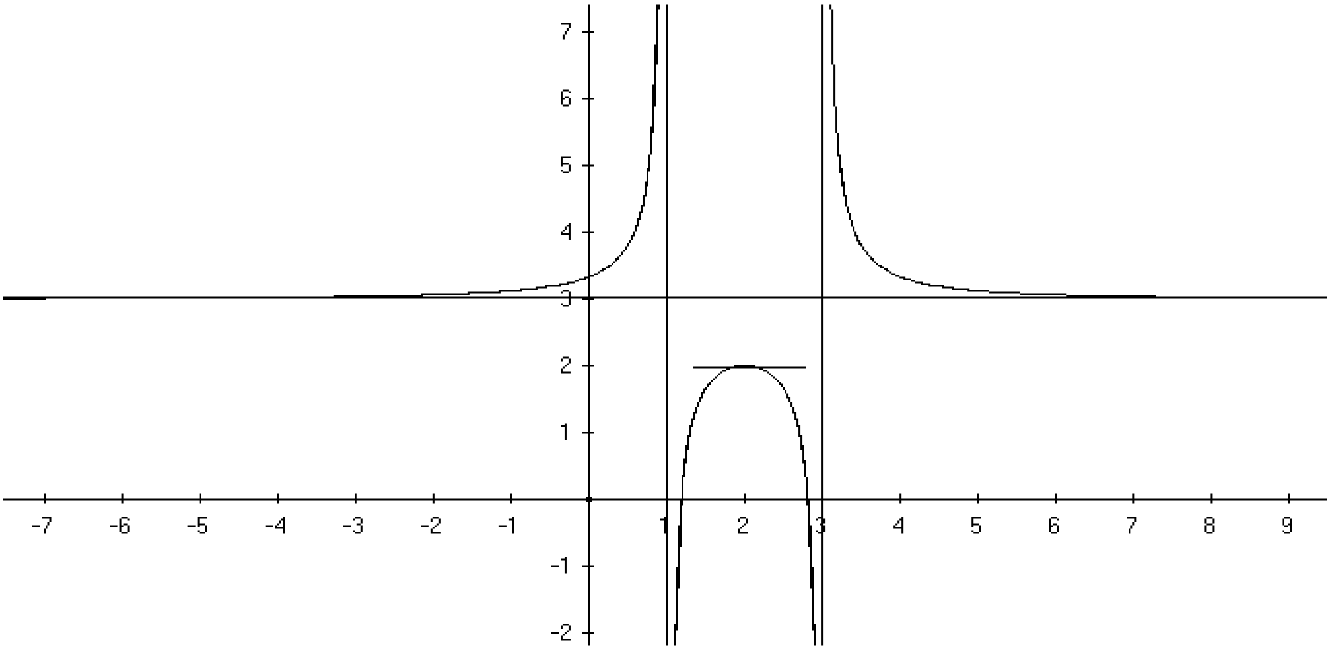
12- On considère la fonction g définie de IR vers IR par : g(x) = $\frac{|x^2-1|}{|x|+2}$.

Déterminer les transformations planes permettant d'obtenir la courbe de g à partir de celle de f puis construire la courbe de g dans le repère (O ; I ; J).

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

On considère une fonction rationnelle f dont la courbe représentative dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) est donnée ci-dessous.



1- Déterminer l'ensemble de définition de f et les limites aux bornes de cet ensemble.

2- En déduire les asymptotes à la courbe représentative de f.

3- Déterminer le signe de la dérivée f' de f.

4- Dresser le tableau de variations de f.

5- Résoudre dans IR et graphiquement les inéquations suivantes :

(a) $f(x) \geq 3$ (b) $f(x) \leq 2$ (c) $2 \leq f(x) \leq 3$.

6- Construire la courbe de la fonction g définie par : $g(x) = f(|x|)$.

7- On suppose que $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4x + 3}$.Déterminer les réels a, b et c.

8- Montrer que la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe de f.

EXERCICE 6

On considère la fonction v définie sur IR par : $v(x) = \cos^3 x \sin x$.

1- Etudier la parité de la fonction v puis en déduire une conséquence géométrique.

2- Montrer que la fonction v est périodique de période π.

3- En déduire que l'étude de v peut être faite sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

4- Montrer que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie pour la courbe représentative de la fonction

5- Montrer que pour tout réel x, $v'(x) = \cos^2 x(1 - 4\sin^2 x)$.

6- En déduire les variations et le tableau de variation de v sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

7- Construire la courbe de la fonction u sur l'intervalle $\left[-\frac{9\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$.

EXERCICE 7

On considère la fonction h définie de IR vers IR par : $h(x) = x + |1 + x| + \frac{2}{x-1}$.

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.

2- Etudier la dérivabilité de h en -1 puis en déduire une conséquence géométrique.

3- Calculer h'(x) pour tout x différent de -1 et 1.

4- Etudier les variations de la fonction h sur son ensemble de définition puis dresser son tableau de variation.

5- Montrer que la droite (D) d'équation cartésienne $y = 2x + 1$ est une asymptote à la courbe de h en $+\infty$.

6- Donner les équations cartésiennes des autres asymptotes à la courbe de h.

7- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de h avec les axes de coordonnées d'un repère orthogonal du plan.

8- Construire la courbe représentative de la fonction h dans un repère orthogonal.

<u>EXERCICE 8</u>

On considère la fonction f définie de IR vers IR par : $f(x) = \frac{|x^2 + x| + 1}{|x| + 1}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère (O, I, J).

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2- Exprimer f sans les barres de valeur absolue.

3- Etudier la dérivabilité de f en -1 et en 0.

4- En déduire le domaine de dérivabilité de f.

4- Etudier les variations de sur son ensemble de définition.

5- Dresser le tableau de variation de f.

6- Montrer que (C) admet deux asymptotes obliques dont on déterminera les équations cartésiennes.

7- Etudier la position relative de chacune de ces asymptotes par rapport à (C).

8- Déterminer une équation cartésienne des différentes demi-tangentes à (C).

9- Déterminer s'ils existent les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées.

10- Construire soigneusement les asymptotes, les demi-tangentes et la courbe (C).

11- Déterminer suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation
$f(x) + m = 0$ d'inconnue réelle x.

12- Déterminer les intervalles de R où la fonction f est bijective.

<u>EXERCICE 9</u>

Pour réaliser un enclos rectangulaire à l'aide d'une clôture électrique, un cultivateur dispose de 100m de fil. On désigne par x et y les dimensions de l'enclos, tout le fil étant utilisé.

1- Exprimer en fonction de x l'aire A(x) du domaine ainsi réalisé.

2- Etudier les variations de A en fonction dex.

3- En déduire qu'il existe une valeur de x pour laquelle l'aire est maximale.

<u>EXERCICE 10</u>

Un stade de football peut accueillir 80 000 personnes. Les charges fixes de fonctionnement du stade sont de 10 000 000 FCFA par match et les charges variables sont évaluées à 500 FCFA par spectateur. Le nombre x de spectateurs est une fonction affine décroissante du prix p du billet d'entrée définie par
$x = -25p + 80\,000$.

1- Quel doit être le prix du billet pour couvrir les dépenses et avoir le maximum de spectateurs.

2- Quel doit être le prix du billet pour couvrir les dépenses et avoir le bénéfice maximal.

<u>EXERCICE 11</u>

Un cylindre de révolution de volume V a un cercle de base de rayon x.

1- Exprimer en fonction de x et de V la hauteur h(x) et l'aire totale A(x) de ce cylindre.

2- Montrer que l'aire A(x) est minimale pour une valeur de x à déterminer.

3- Quelle est la hauteur de la boîte cylindrique de volume V ayant une aire minimale.

<u>EXERCICE 12</u>

On considère un segment [AB] de longueur 10cm. On place un point M sur le segment [AB] et on construit du même côté de la droite (AB), les triangles équilatéraux AMP et MNB.

1- Exprimer en fonction de x, l'aire f(x) du triangle MNP.

2- Déterminer la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale.

3- Dessiner le triangle MNP correspondant et déterminer sa nature.

4- Exprimer en fonction de x, l'aire g(x) du quadrilatère ABNP.

5- Déterminer la valeur de x pour laquelle cette aire est minimale.