MINESEC	13 décembre 2022
COLLEGE NGOUNOU	BAC BLANC N°1
BP : 9537 Bonabéri	Classe de Tle C
Département de Mathématiques	4 heures - Coef : 7

A. EVALUATION DES RESSOURCES : 30 points

EXERCICE 1 : (10 points)

A - / 5 points

On considère les nombres complexes $Z_1 = 1 - i\sqrt{3}$, $Z_2 = -1 + i$ et $Z_3 = \frac{Z_1}{Z_2}$.

1. Déterminer : $|Z_1|$, $|Z_2|$, $Arg(Z_1)$ et $Arg(Z_2)$. 2pts
2. En déduire $|Z_3|$ et $Arg(Z_3)$. 1pt
3. Déterminer la forme algébrique de Z_3. 1pt
4. En déduire les valeurs exactes de $cos\left(-\frac{13\pi}{12}\right)$ et $sin\left(-\frac{13\pi}{12}\right)$. 1pt

B - / 5 points

Soit le nombre complexe $Z_0 = e^{i\frac{2\pi}{5}}$.

On pose : $a = {Z_0} + {Z_0}^4$ et $b = {Z_0}^2 + {Z_0}^3$.

1. Démontrer que $1 + {Z_0} + {Z_0}^2 + {Z_0}^3 + {Z_0}^4 = 0$. 1pt
2. Montrer que $a + b = -1$ et $ab = -1$. 1pt
3. En déduire que a et b sont solutions de l'équation $(E): x^2 + x - 1 = 0$. 1pt
4. Montrer que $a = 2cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$. 1pt
5. Résoudre (E) puis en déduire la valeur exacte de $cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$. 1pt

EXERCICE 2 : (10 points)

A - / 5 points

1. On considère un entier naturel $a_n = \overbrace{3333.....335}^{n\ chiffres}$.

   Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $a_n = \frac{10^n+5}{3}$. 1,5pt
2. Un nombre $N = \overline{28x75y}^{10}$. Déterminer x et y pour que $33/N$. 1,5pt
3. Déterminer les entiers naturels n pour lesquels $n^3 - n \equiv 0(n+2)$. 1pt
4. En utilisant les congruences, démontrer que pour $n \in \mathbb{N}$, $17^{4n+1} + 3 \times 9^{n+1}$ est un multiple de 11. 1pt

B - / 5 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points :

$\Omega\left(0; 0; \frac{11}{3}\right)$; $A(1; 0; 3)$; $B(1; 2; 2)$; $C\left(0; 2; \frac{8}{3}\right)$; $S(0; 0; 4)$; $E(6; 0; 0)$ et $F(0; 8; 0)$.

On considère le plan (P) parallèle au plan (SEF) et passant par A.

1. Déterminer les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{SE} \wedge \overrightarrow{EF}$. 0,5pt
2. Vérifier qu'une équation cartésienne de (P) est : $4x + 3y + 6z - 22 = 0$. 1pt
3. Prouver que ΩABC est un parallélogramme. 0,5pt
4. Calculer l'aire du parallélogramme ΩABC. 1pt
5. Calculer la distance de S à (P). 1pt
6. Calculer le volume de la pyramide $S\Omega ABC$. 1pt

EXERCICE 3 : (10 points)

A - / 4,5 points

1. On donne le réel $A = \dfrac{\sqrt[5]{5} \times \sqrt{625}}{\sqrt{\sqrt[5]{15625}}}$.

Calculer A et donner le résultat sous sa forme la plus simplifiée. 0,5pt

2. Calculer les limites suivantes : a-) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{3\sqrt{x^2 + 1}}$;

b-) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5cosx + x^2}{x^2 + 1}$; c-) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$; d-) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{5x-6} - x}$. 3pts

3. Linéariser sin^4x . 1pt

B - / 5,5 points

Soit la fonction f définie sur $I =]-1; 1[$ par $f(x) = -1 + \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1. Etudier les variations de f. 1pt
2. a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution $\alpha \in I$. 1pt
2.b) Vérifier que $0,8 < \alpha < 0,9$ et que $\sqrt{1-\alpha^2} = \dfrac{\alpha}{\alpha+1}$. 1pt
2.c) Donner le signe de $f(x) - x$ sur I. 0,5pt
3.a) Montrer que f réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser. 1pt
3.b) Tracer les courbes Γ et Γ^{-1} respectivement des fonctions f et f^{-1} dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique 2cm). 1pt

B. EVALUATION DES COMPETENCES : 10 points

SITUATION :

Pallier de compétence : Utiliser vos connaissance en arithmétique, des nombres complexes et de calcul vectoriel, pour résoudre des problèmes de vie courante.

Lors de la journée internationale de philosophie, le CPN a organisé une tombola dont les tickets gagnants sont les couples $(a; b)$ d'entiers naturels solutions de l'équation $(E): ppcm(a; b) - 9pgcd(a; b) = 7$.

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'unité de longueur est le $m\grave{e}tre$. Le CPN possède un jardin triangulaire J_1 dont l'un des sommets est repéré par son affixe $2 + 3i$ et les deux autres sommets ont pour affixes, les solutions de l'équation $z^2 + (2 + 3i)z - 2(1 - 2i) = 0$. Le principale du CPN souhaite clôturer ce jardin à l'aide d'un grillage coûtant 1500***Fr / m.***

Le CPN possède un autre jardin J_2 assimilable à un plan (ABC) de sorte que si on munit l'espace d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}; \vec{k})$, on a : $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 3; 1)$ et $C(2; -1; 2)$. Une caméra Y est fixée en un point K de ce jardin, point d'intersection du plan (ABC) et de la droite dont un système d'équation cartésienne est $\begin{cases} -4x + 7y = 4 \\ 5x + 7z = 9 \end{cases}$.

Tâches :

1. Déterminer le nombre de tickets gagnants de cette tombola. 3pts
2. Déterminer le budget minimale à prévoir pour clôturer le jardin J_1. 3pts
3. Déterminer en quel point K est fixée la caméra Y dans le jardin J_2. 3pts
4. Présentation : 1pt