

MINESEC  
Délégation Régionale du SUD  
DD-VALLÉE Du NTEM  
  
Collège Charles LWANGA  
Département de Mathématiques



Année scolaire 2022-2023  
Classe : Terminale D  
Octobre 2022  
Durée : 03 h  
Proposé par : KAM TSÉMO Patrick



Devoir surveillé de Mathématiques N°02

**PARTIE A : Evaluation des ressources**

**EXERCICE 01** 5 Points

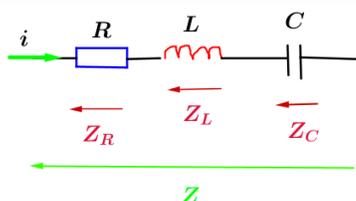
- On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E) : 2z^2 + (7 + i\sqrt{3})z - 4(1 - i\sqrt{3}) = 0$ 
  - Montrer que  $(E)$  admet une solution réelle que l'on déterminera. **1 pt**
  - Donner alors l'autre solution de  $(E)$ . **1,5 pt**
- Calculer  $(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)^2$ . **0,5 pt**
  - Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E') : 2z^4 + (7 + i\sqrt{3})z^2 - 4(1 - i\sqrt{3}) = 0$ . **2 pts**

**EXERCICE 02** 5,5 Points

⚠ En électricité on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe que l'on appelle « impédance complexe »

- L'impédance complexe d'une résistance est :  $Z_R = R$  ( $R$  est la résistance en Ohms);
- L'impédance complexe d'une bobine est :  $Z_L = iL\omega$  où  $L$  est l'inductance en henry et  $\omega$  la pulsation du courant en  $rad/s$ .
- L'impédance complexe d'un condensateur est :  $Z_C = \frac{1}{iC\omega}$  où  $C$  est la capacité en Farad et  $\omega$  la pulsation du courant en  $rad/s$ .

On associe une résistance, une bobine et un condensateur en série



L'impédance complexe de l'association est donnée par

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C$$

- Déterminer l'expression de la partie réelle de l'impédance complexe  $Z$ . **1.5pt**
- La résistance  $X$  correspond à la partie imaginaire de  $Z$ .  
Déterminer l'expression de  $X$ . **1.5pt**
- L'impédance de l'association (en ohms) correspond au module de l'impédance complexe.  
Déterminer l'expression de l'impédance de l'association. **1pt**
- Le déphasage entre la tension et le courant est donné par l'argument principal de l'impédance complexe  $Z$ .  
Déterminer l'expression du déphasage entre la tension et le courant. **1.5 pt**

**EXERCICE 03****5 Points**Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ 

- 1 a Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$ . 1 pt
- b Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$ .  
Puis déduire que :  $0,6 \leq \alpha \leq 0,7$  1 pt
- 2 Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  :  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{3x}$
- a Montrer que pour tout réel  $x \in \mathbb{R}^*$ , on a :  $f'(x) = \frac{g(x)}{3x^2}$ . 0.5 pt
- b Dresser le tableau de variation de  $f$ . 0.5 pt
- c Montrer que  $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$ . En déduire que :  $0,8 \leq f(\alpha) \leq 0,9$ . 2 pts

**PARTIE B : Evaluation des compétences****SITUATION :**

Une élite organise dans le but d'encourager les couples mariés officiellement un jeu concours en mathématiques qui se déroule de la manière suivante : On définit sur l'ensemble  $\mathbb{C}$  la propriété  $(E)$  : « pour tout polynôme  $P$  et pour tout nombre complexe  $z_0$ , si  $z_0$  est une racine de  $P$  alors  $\bar{z}_0$  et  $\frac{1}{z_0}$  sont aussi racine de  $P$ . »



**Étape 1** : le conjoint imagine un polynôme  $P$  de degré supérieure à 3 à coefficients complexes devant automatiquement vérifier la propriété  $(E)$ .



**Étape 2** : la conjointe imagine une racine  $z_0$  du polynôme choisi par son époux ;



**Étape 3** : l'époux déduit toutes les autres racines de son polynôme.

📎 La réussite de l'étape 1 fait gagner au couple 6000 FCFA ; la réussite de l'étape 2 fait gagner au couple 10.000 FCFA et la réussite de l'étape 3 fait gagner au couple 20.000 FCFA.

**Règle du jeu** : pour passer à l'étape supérieure, il faut automatiquement réussir l'étape précédente ; sinon le jeu s'arrête. La participation à ce jeu est gratuite. Monsieur et madame ONANA se présentent à ce jeu. M. ONANA choisit un polynôme  $P$  défini par :  $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$  et madame ONANA choisit  $z_0 = 1 + i$  comme racine de  $P$ . Et enfin M.ONANA propose :  $1 - i$ ,  $\frac{1}{2}(1 - i)$ ,  $\frac{1}{2}(1 + 2i)$  comme autres racines de  $P$ .

**TACHES :**

- Tache 1** : Le couple ONANA passe-t-il l'étape 1 ? 1,5 pt
- Tache 2** : Le couple ONANA passe-t-il l'étape 2 ? 1,5 pt
- Tache 3** : Le couple ONANA peut-il gagner plus de 16.000 FCFA à ce jeu ? 1,5 pt