MINESEC
Délégation Régionale du SUD
DD-VALLÉE Du NTEM

Collège Charles LWANGA
Département de Mathématiques

Année scolaire 2022-2023
Classe : Terminale D
Septembre 2022
Durée : 02 h
Proposé par : KAM TSÉMO Patrick

Devoir surveillé de Mathématiques $N°01$

.

EXERCICE 01 **5 Points**

Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants :

1) $z_1 = \left(\frac{1}{3} - 2i\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)$, **2)** $z_2 = \left(1-2i\right)^2$, **3)** $z_3 = \frac{1}{1+3i}$, **4)** $z_4 = \frac{2-i}{1+i}$, **5)** $z_5 = \left(1+i\right)^2 - \left(2-i\right)^2$.

EXERCICE 02 **5 Points**

1 On considère le nombre complexe $\varphi := (1+i)^{10} + (1-i)^{10}$.
Démontrer que $\varphi \in \mathbb{R}$. **1 pt**

2 Déterminer le module de chacun des nombres complexes : **4 pts**

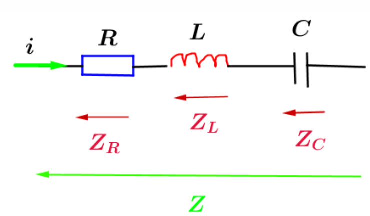
1) $z_1 = (1-i)^{20}$, **2)** $z_2 = (1+i)^{15}(1-i\sqrt{3})^{20}$, **3)** $z_3 = \frac{1+i\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+i}$, **4)** $z_4 = \cos\theta + i\sin\theta$ $(\theta \in \mathbb{R})$

EXERCICE 03 **5 Points**

`En électricité on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe que l'on appelle « impédance complexe »`

- ***L'impédance complexe d'une résistance est :*** $Z_R = R$ (R est la résistance en Ohms) ;
- ***L'impédance complexe d'une bobine est :*** $Z_L = \mathrm{i}L\omega$ où L est l'inductance en henry et ω la pulsation du courant en rad/s.
- **L'impédance complexe d'un condensateur est :** $Z_C = \frac{1}{\mathrm{i}C\omega}$ où C est la capacité en Farad et ω la pulsation du courant en rad/s.

On associe une résistance, une bobine et un condensateur en série



L'impédance complexe de l'association est donnée par

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C$$

1. Déterminer l'expression de la partie réelle de l'impédance complexe Z.

2. La résistance X correspond à la partie imaginaire de Z.
   Déterminer l'expression de X.
3. L'impédance de l'association (en ohms) correspond au module de l'impédance complexe. Déterminer l'expression de l'impédance de l'association.

EXERCICE 04 **5 Points**

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme :

$$P(z) = z^4 - 4z^3 + 17z^2 - 36z + 72$$

1. a. Vérifier que $3i$ est une solution de l'équation $(E) : P(z) = 0$. **1 pt**
   b. Montrer que si z_0 est une solution alors son conjugué $\overline{z_0}$ est aussi une solution. **1 pt**
   c. En déduire les solutions de l'équation (E). **1,5 pt**
2. Montrer que le polynôme $P(z)$ peut s'écrire sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré à coefficient réels. **1,5 pt**