

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Compétences visées: fonctions numériques, suites numériques, statistiques à deux variables, matrices et applications linéaires, théorie des graphes.

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES/ 15 points

EXERCICE 1/ 5 points

Les parties I/ et II/ sont dépendantes.

I/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2$

- 1) Etudier les variations de f . **0,75pt**
- 2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α et donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près. **1pt**
- 3) En déduire le signe de f sur \mathbb{R} . **0,25pt**

II/ Soit la fonction $g: x \rightarrow \frac{x^3+2x}{1-x^3}$ et (Cg) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, i, j)

- 1) Etudier les variations de g . (On remarquera que $g'(x) = \frac{f(x)}{(1-x^3)^2}$). **0,75pt**
- 2) Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cg) au point d'abscisse 0. **0,5pt**
- 3) Préciser la position de (Cg) par rapport à (T) . **0,75pt**
- 4) Tracer soigneusement (Cg) et (T) . **1pt**

EXERCICE 2/ 4,5 points

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise, exprimé en millions de francs pendant huit années consécutives.

Numéro année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire (y_i)	41	68	55	80	95	104	100	122

- 1) Représenter le nuage de points associé à cette série statistique. **1pt**
- 2) Calculer les coordonnées de G , point moyen du nuage. **0,5pt**
- 3) Calculer les variances $V(x)$ et $V(y)$ de x et y et la covariance $Cov(x, y)$. **1,5pt**
- 4) En déduire le coefficient de corrélation de x et y et interpréter. **0,5pt**
- 5) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x . **0,5pt**
- 6) En supposant que l'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise gardera la même tendance, déterminer ce chiffre d'affaires pour la 12ème année. **0,5pt**

EXERCICE 3/ 5,5 points

Les parties I/ et II/ sont indépendantes.

I/ On donne $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Soit n un entier naturel plus grand que 1. A^n désigne le produit $AAAAAA \dots \dots AA$ avec A , n fois.

- 1) Calculer A^2 , A^3 , A^4 et A^5 . **1pt**
- 2) Démontrer par récurrence, pour tout entier naturel n plus grand que 1,

$$A^n = \begin{pmatrix} 3^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{pmatrix}.$$
 1pt

II/ E est un plan vectoriel dont une base est (\vec{i}, \vec{j}) . On pose $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$. Soit f l'endomorphisme de E tel que $f(\vec{i}) + 2f(\vec{j}) = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $f(\vec{i}) + f(\vec{j}) = \vec{0}$

- 1) Déterminer la matrice de f dans la base (\vec{i}, \vec{j}) . **0,75pt**
- 2) f est-elle un automorphisme de E ? Justifier. **0,25pt**
- 3) Déterminer $\ker(f)$ et $\text{Im}(f)$. **1pt**
- 4) Démontrer que (\vec{a}, \vec{b}) est une base de E . **0,5pt**
- 5) Donner la matrice de f dans la base (\vec{a}, \vec{b}) . **1pt**

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES/ 5 points

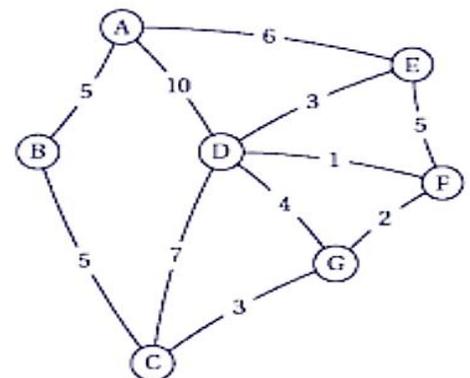
Le 1er novembre 2012, la population électorale d'une localité du Cameroun était de 20 000 électeurs. Depuis cette période, chaque année, cette population augmente de 5% et de plus, 1000 nouveau électeurs supplémentaire viennent s'y établir définitivement.

Pour sa campagne en vue des élections de novembre 2020, M. BOBO, une élite du coin a fait appel à vous pour la conception d'un plan permettant de refaire le minimum de kilomètre de route de ce village, tout en se rassurant que les quartiers sont reliés par des voies réaménagées. Ces quartiers et les artères qui les relient sont représentés dans le graphe ci-dessous où les poids représentent les distances en kilomètre. La refecton de 1km de route coûte 10.000.000 FCFA.

Le jour des élections, le vieux BOUBA doit partir de chez lui (point A) pour son bureau de vote (point G). Il peut passer par plusieurs quartiers avant d'atteindre le bureau.

Aux élections du 1er novembre 2020 dernier, le taux d'abstention était de 20%. M. BOBO souhaite déterminer le nombre de votants dans cette localité en novembre 2020.

- 1) Proposer un plan satisfaisant les contraintes de M. BOBO ainsi qu'un devis qui minimize les dépenses. **1,5pt**
- 2) Aide M. BOBO à retrouver le nombre de votants en 2020 dans son village. **1,5pt**
- 3) Déterminer le plus court chemin emprunté par le vieux BOUBA pour aller voter. **1,5pt**



Présentation 0,5 pt