



COLLEGE CATHOLIQUE BILINGUE DE LA RETRAITE DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES NIVEAU : TERMINALE C	Année scolaire : 2022/2023 Durée : 4h COEF : 7
EXAMEN DE FIN DE PREMIERE PERIODE	

**PARTIE A : Evaluation des ressources : 15. points**

**Exercice 1 : 5 points**

- 1- a) Déterminer un entier naturel dont la division euclidienne par 16 a pour reste le carré de son quotient. 1pt
- b) Un entier naturel qui divisé par 23 a pour reste 1 et qui, divisé par 17 donne le même quotient et pour reste 13. ? 1pt
- c) les couples  $(x, y)$  tels que  $724xy$  écrit en base 10 soit divisible par 9 ? 1pt
- 2- Les chiffres  $x$  et  $y$  en base 10 sont tels que  $y \neq 0$ . Montrer que  $yxxyyx$  est un multiple de 7. 1pt
- 3- pour tout entier naturel  $n$  non nul, montrer que  $3^{2n} + 2^{6n-5}$  est un multiple de 11. 1pt

**EXERCICE 2 : 5 points**

- I-1- Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $2n + 5$  et  $3n + 7$  sont premiers entre eux. 0,5pt
  - 2- Le nombre 101 est-il premier ? 0,5pt
  - 3- Déterminer l'ensemble des entiers relatifs  $n$  tels que  $\frac{2n-1}{n+2}$  soit un entier relatif. 0,5pt
- 
- II-1- Résoudre dans  $\mathbb{Z}^2$  l'équation (E) :  $5x - y = -3$  1pt
  - 2- Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Déterminer les points de la droite (D) d'équation :  $5x - y + 3 = 0$  dont les coordonnées sont des entiers relatifs. 0,5pt
  - 3- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont définies par :  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4u_n + 2 \end{cases}$  et  $\begin{cases} v_0 = 8 \\ v_{n+1} = 4v_n + 1 \end{cases}$
- a) Démontrer que  $u_n$  et  $v_n$  sont des entiers naturels. 1pt
  - b) Montrer que  $(u_n, v_n)$  est une solution de (E). 0,5pt
  - c) En déduire que si  $u_n$  et  $v_n$  ne sont pas divisibles par 3 alors  $u_n$  et  $v_n$  sont premiers entre eux. 0,5pt

**EXERCICE 3 5 points**

- I) Soit un nombre complexe  $z \neq 4$ . montrer que  $\frac{iz-4}{z-4}$  est un réel si et seulement si  $\frac{z+4i}{z-4}$  est un imaginaire pur. 0,5pt
  - II) Le polynôme complexe  $P$  est défini par  $P(z) = z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 2z + 5$ .
- 1-a) Calculer  $P(i)$  et conclure. 0,5pt
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations  $z^2 + 1 = 0$  et  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . 1pt
  - 2- a) Pour tout nombre complexe  $z$ , montrer que  $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$ . 0,5pt
  - b) En déduire que si  $z_0$  est une racine de  $P$ , alors  $\bar{z}_0$  est aussi une racine de  $P$ . 0,5pt
  - c) En déduire que  $P$  est factorisable par  $z^2 + 1$ . 0,5pt
  - 3-a) Déterminer les nombres complexes  $\alpha$  et  $\beta$  pour les quels  $P(z) = (z^2+1)(z^2+az+\beta)$ . 1pt
  - b) En déduire toutes les racines de  $P$ . 0,5pt

... Avec Intelligentsia Corporation, il suffit d'y croire !!...

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES** 5 points

Tabi et sa sœur sont au point de départ ensemble à 08h pour une marche. Elle consiste à faire plusieurs fois le tour d'un stade de football. Tabi met 3mn40s et sa sœur 4mn44s pour faire un tour complet de ce stade. Il est né en 19a6 où a est un chiffre du système décimal. En 2010, son âge est égal à la somme des chiffres de son année de naissance .

Sa valise s'ouvre avec l'écriture en base 2 du nombre formé par la racine réelle et la partie imaginaire de la racine imaginaire pure du polynôme complexe

$$P(z) = z^3 - 2z^2 - (4 + 4i)z - 16 + 16i.$$

- 1- Quel est l'âge de Tabi ? 1,5pt
- 2- Quel numéro ouvre sa valise ? 1,5pt
- 3- A quelle heure Tabi et sa sœur vont encore se rencontrer au point de départ de leur marche ? 1,5pt

**Présentation : 0,5pt**

*... Avec Intelligentsia Corporation, il suffit d'y croire !!...*

Site web : [www.intelligentsiacorporation.cm](http://www.intelligentsiacorporation.cm)

Direction Générale : Située à Yaoundé, montée CRADAT – 3<sup>e</sup> étage Immeuble Intelligentsia