COLLEGE PRIVE MONGO BETI		B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé			
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2022-2023	N°03	MATHEMATIQUES	Tle C	4 h	07
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 3 points

L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(1; -1; 1)$; $B(0; 0; 1)$; $C(-2; 0; 3)$ et $D(-2; 0; 1)$.

- 1.a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. 0,25pt
- b) Donner une équation du plan (ABC) 0,5pt
- c) Montrer que ABCD est un tétraèdre puis calculer le volume V du tétraèdre ABCD. 0,75pt
2. Soit (S) l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 1 = 0$ et soit (P) le plan d'équation $2x + y - z = 0$
- a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (S) 0,75pt
- b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'intersection de (S) et (P) 0,75pt

Exercice 2 5 points

soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{-1}{2} + \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$. On note (Cf) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormal, unité 2cm sur les axes.

- 1: a) Montrer (C) admet deux asymptotes horizontales. 0,5pt
- b) Déterminer la dérivée première de f et dresser le tableau de variation de f. 0,75pt
2. a) Montrer que f admet une bijection réciproque f^{-1} définie sur un intervalle K que l'on précisera. 0,5pt
- b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha \in [-1; 0]$. 0,5pt
- 3) Construire la courbe (Cf) et (Cf^{-1}) de la fonction réciproque f^{-1} 0,75pt
4. On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \in [-1; 0]$. 0,5pt
- b) Montrer que (U_n) est décroissante et en déduire qu'elle converge. 0,5pt
5. a) Montrer que pour tout réel $x \in [-1; 0]$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 0,25pt
- b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ 0,25pt
- c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}$, puis en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ 0,5pt

Exercice 3 : 3 points

Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ dont la base est $\beta = (\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, f un endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ associe le vecteur

$$f(\vec{u}) = (-x - y + 2z)\vec{i} + (2x - y + z)\vec{j} + (x - 2y + 3z)\vec{k}$$

- 1) Déterminer la matrice M de f dans la base β 0,5pt
- 2) Déterminer le noyau Kerf de f et en déduire sa dimension 0,5pt
- 3.a) En déduire la dimension de l'image Imf de f 0,25pt
- b) L'application f est-elle bijective ? Justifier votre réponse 0,5pt
- 4) On considère les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{k}$
- a) Montrer que la famille $\beta' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$ est une base de E 0,5pt
- b) Déterminer la matrice M' de f dans la base β' 0,75pt

Exercice 4 :**4 points**I/ A et B sont deux points fixes, faire la figure avec $AB = 6\text{cm}$ 1- Construire l'ensemble (E) des points M tels que $\frac{MA}{MB} = 3$ 0,5pt2- Construire l'ensemble (F) des points M tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ 0,5pt3- Soit C l'image de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et D le point tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
Soit la similitude directe telle que $S(A) = B$ et $S(C) = D$. Déterminer le rapport et l'angle de S. 0,5pt4- Soit I le centre de S. Exprimer IB en fonction de IA et donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB})$. En déduire une construction de I, Démontrer que I appartient aussi au cercle circonscrit au triangle ACD 1ptII/ Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que

$$\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

a) Déterminer l'écriture complexe de f 0,5ptEn déduire la nature et les éléments caractéristiques de f . 1pt**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points****Situation :**

Monsieur FOTSO est comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie que peut emprunter un engin à moteur. Il a acheté le sable et à verser chez son voisin situé près de son chantier. Ce sable est livré par une société et acheté à raison de 10000FCfa le mètre cube. Ce sable est entreposé dans un bac plein ayant la forme d'un pavé droit de base un carré de côté a et de hauteur b (a et b en mètre). Les nombres entiers naturels a et b sont tels que $\text{pgcd}(a; b) = 7$ et $a^2 - b^2 = 343$. Ce sable devrait être transporté en 100 tours par des garçons et des filles du quartier. Les garçons ont effectué 8 tours chacun et les filles 5 tours chacune. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1000FCfa par personne. Préoccupé par le problème d'eau dans son chantier, monsieur FOTSO décide de creuser un forage et pour cela dispose d'une somme de 82800fcfa pour creuser un forage. Le coût du forage est fixé 200fcfa le 1^{er} mètre ; 240fcfa le 2^{ème} mètre et ainsi de suite en augmentant de 40fcfa par mètre creusé.

Tâches :

1. Déterminer la profondeur maximale du forage de monsieur FOTSO. 1,5pt
- 2) Déterminer le prix d'achat du sable 1,5pt
- 3) déterminer le montant nécessaire à prévoir par Mr FOTSO pour satisfaire les transporteurs sachant qu'il y'avait plus de garçons que de filles. 1,5pt

Présentation : 0,5pt