

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATIONS DES RESSOURCES : [15,5pts]

EXERCICE 1 : [06pts]

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}; \vec{v})$. On donne les points C, H et A d'affixes respectives $c = 1, h = 4 - 3i$ et $a = 2 + i$

- 1- Placer les points C, H et A dans le repère [0,75pt]
- 2- Calculer le module et un argument du nombre complexe $\frac{a-c}{h-c}$ puis en déduire la nature du triangle CHA [0,75pt]
- 3- Déterminer et construire l'ensemble (L) des points $M(z)$ tel que $|z - 2 - i| = \sqrt{5}$ [0,75pt]
- 4- Soit s la transformation qui à tout point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que : $\frac{1}{2}iz + 1 - \frac{1}{2}i$
 - a- Donner la nature et les éléments caractéristiques de s [1pt]
 - b- Calculer l'abscisse du point A' image du point A par s [0,5pt]
 - c- Déterminer l'expression analytique de s [0,5pt]
 - d- Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par s [0,75pt]
- 5- Lineariser $\cos^4(x)$ [1pt]

EXERCICE 2 : [06pts]

- 1- Énoncer les critères de divisibilité par 3 et par 5 dans le système décimal [0,5pts]
- 2- Soit le nombre à 6 chiffres s'écrivant en base 10 : $x0102y$. déterminer toutes les valeurs possibles de x et y pour que le nombre soit à la fois multiple de 3 et de 5 [0,75pt]
- 3- On considère un entier naturel n s'écrivant dans le système décimal $\overline{a_p a_{p-1} \dots a_2 a_1 a_0}$
 - a- Démontrer que $n \equiv \overline{a_1 a_0} [4]$ [0,5pt]
 - b- Démontrer que $n \equiv 0 [4] \Leftrightarrow \overline{a_1 a_0} \equiv 0 [4]$ [0,5pt]
 - c- Énoncer clairement le critère de divisibilité par 4 dans le système décimal [0,5pt]
- 4- Trouver tous les entiers relatifs n tels que $\sqrt{\frac{11n-5}{n+4}}$ soit un entier [0,5pt]
- 5- Déterminer le chiffre des unités de 2023^{2022} [0,5pt]
- 6- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ est multiple de 14 [0,75pt]
- 7- Soient p, q et r trois entiers naturels
 - a- Montrer que si r divise p et r divise q , alors pour tout entiers x, y alors r divise $px + qy$ [0,5pts]
 - b- Montrer que $2p + 3q$ est divisible par 7 si et seulement si $5p + 4q$ l'est [1pt]

PROBLEME : [03,5pts]

f est la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x - 6$

- 1- Étudier les variations de f [0,5pt]
- 2- Construire la courbe de f dans un repère orthonormé [0,5pt]
- 3- Montrer que f est une bijection de $]-\infty; +\infty[$ vers un intervalle à préciser [0,5pt]
- 4- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ [0,5pt]
- 5- Justifier que $1 < \alpha < 2$ et déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près [1pt]



B-EVALUATIONS DES COMPETENCES : [4,5pts]

JORDAN possède champ triangulaire donc le sommet A a pour affixe $1 + 5i$ et les deux autres sommets sont les solutions de l'équation complexe : $z^2 - (2 + 4\sqrt{2} + 2i)z + 4\sqrt{2} + i(2 + 4\sqrt{2})$. Il souhaite sécuriser son terrain par un fil barbelé qui coute 225 FCFA le mètre et dispose de 42 000 FCFA. Sa petite sœur ANGE élève en classe de Tle D au lycée bilingue de FOKOUE lui dit quelle constate que l'angle de sommet A mesure 60° . Son ami WAMBA lui propose 1 000 000 FCFA pour l'achat de son terrain, JORDAN lui dit qu'il vent son terrain à 5 000 FCFA le mètre carré

TACHES :

- 1- L'argent dont dispose JORDAN sera-t-il suffisant pour couvrir tout son terrain de fil barbelé ? [1,5pts]
- 2- Sa petite sœur ANGE a-t-elle raison ? [1,5pts]
- 3- WAMBA peut-il acheter tout le terrain de JORDAN ? [1,5pts]

