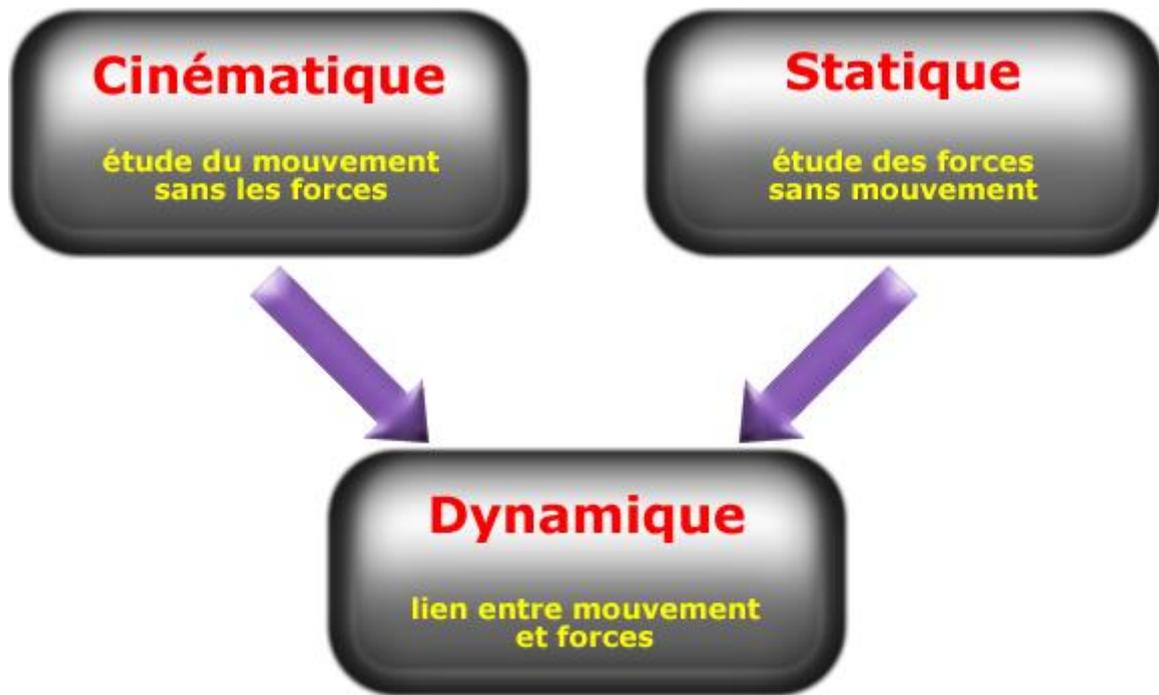


# MODULE 2 :

## LE MOUVEMENT-LES INTERACTIONS MECANIQUES



**FAMILLES DE SITUATIONS :**

- ✚ Mouvements des objets de l'environnement

**EXEMPLES DE SITUATIONS**

- ✚ Circulation routière ;
- ✚ Accrochage d'un luminaire ;
- ✚ Système de traction d'un puits ;
- ✚ Pratique du sport

**CATEGORIES D' ACTIONS**

- ✚ Caractérisation d'un mouvement ;
- ✚ Analyse d'un système en équilibre en termes de mises en jeu ;
- ✚ Analyse d'une interaction en termes de la variation de la quantité de mouvement des systèmes en interaction
- ✚ Analyse de mouvements simples à l'aide de la première loi de Newton.

**COMPETENCES VISEES**

- ✚ Expliquer, interpréter et analyser les situations d'équilibre mécaniques en termes de forces mises en jeu ;
- ✚ Expliquer, interpréter et analyser une interaction en termes de la variation de la quantité de mouvement de la quantité de mouvement des systèmes en jeu.
- ✚ Expliquer, analyser et interpréter des mouvements simples à l'aide du principe de l'inertie

**SITUATION DE VIE D'ENTREE DU MODULE**

M Ahanda se rend en ville au volant de sa voiture toyota corolla C 111. En chemin au niveau de Tropicana-Mvan une panne survient et sa voiture ne démarre plus M Ahanda appelle alors son mécanicien dont le garage est à kodengui. Quelques instants après, le mécanicien arrive avec un remorqueur pour tracter la voiture de M Ahanda par le biais d'un câble, afin de mieux diagnostiquer la voiture une fois au garage.

Au niveau du quartier Essomba, l'ensemble remorqueur-voiture de M Ahanda grimpe la colline de pente 20 % vitesse constante (fig1) subitement le câble de traction se rompt et la voiture de

M. Ahanda dévale la colline et atteint une vitesse de 100 km/h au pied de la colline supposé plat arrivée en bas de la colline avec cette vitesse, elle percute la voiture de M.BILO à l'arrêt. Après la collision les deux voitures les deux voitures se déplacent dans des directions différentes avec des vitesses  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  respectivement, faisant des angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  avec l'horizontale (figure 2).

Après une certaine distance parcourue la voiture de M. BILO est tombée dans un ravin deux heures après les sapeurs pompiers sont arrivés sur les lieux pour remonter la voiture de M. BILO à l'aide d'une grue équipée d'un treuil dont le tambour a un rayon  $R = 50\text{Cm}$  et la manivelle une longueur de 1,2m

**FIGURE**

- 1) Analyser et caractériser en termes d'actions mécaniques le déplacement à vitesse constante de la voiture de M. Ahanda sur la colline.
- 2) Caractériser le mouvement ultérieur de la voiture de M. Ahanda après la rupture du câble de traction, et analyser l'interaction entre la voiture de M. Ahanda et de celle de M. BILO en terme de quantité de mouvement et proposer une méthode de détermination des vitesse après collision.
- 3) Proposer une analyse permettant d'établir la formule de l'intensité de l'effort exercé par la grue pendant la remontée de la voiture de M. BILO

**SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT 1 :**  
**LA NOTION DE MOUVEMENT**

**Activité 1**

Voulant se rendre à Douala, Ali et Paul sont assis dans un Wagon en mouvement. Ali observe Paul et conclut : « Paul est immobile ». Le chef de gare M. Kanga se trouvant sur le quai où passe le train, observe Paul et conclut : « Paul est en mouvement »

**Consigne :** A partir des arguments majeurs dire si ces deux observateurs sont contradictoires.

**SEANCE 1 :**  
**GENERALITES SUR LES MOUVEMENT**

**O.P.O**

- Définir et donner un exemple de référentiel, repères d'espace et date.
- Déterminer les paramètres cinématiques de quelques mouvements.

**1. Définitions**

Le mouvement a un caractère **relatif**.

On appelle **mobile** un objet (système) en mouvement.

Le **référentiel** est un objet indéformable par rapport auquel on étudie le mouvement d'un mobile.

Exemple : référentiel terrestre, référentiel géocentrique, référentiel héliocentrique.

**2. Les repères**

Le choix du référentiel d'étude, permet d'y associer un repère d'espace et un repère temps pour suivre l'évolution du mobile dans l'espace et dans le temps.

**1.1. Repère d'espace**

C'est un repère lié au référentiel considéré. On peut ainsi : associer au référentiel un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

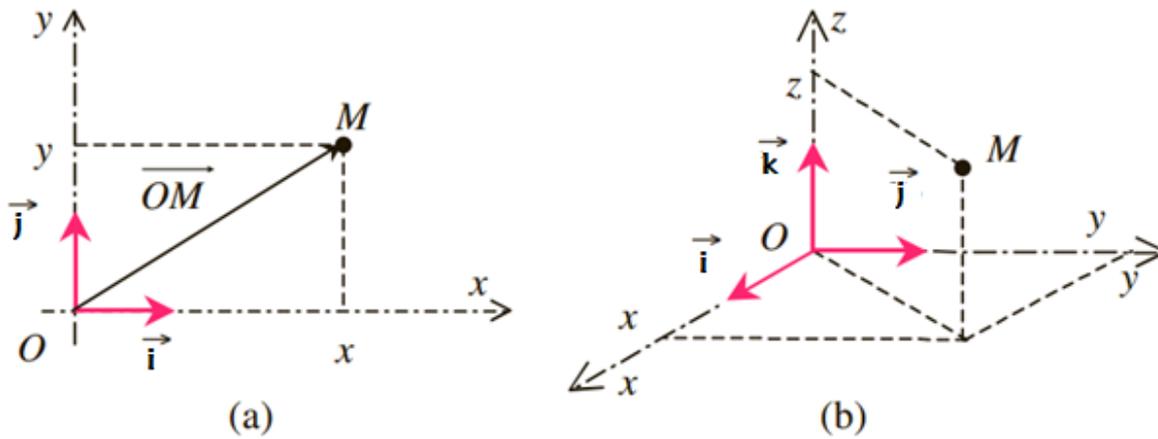


Figure : repère dans un plan (a) et dans l'espace (b)

Un repère d'espace est un système d'axe par rapport auquel on étudie un mouvement.

### 1.2. Repère de temps

Pour repérer à quel instant le mobile est dans une position donnée, il faut définir un **instant-origine**.

On appelle **date** l'intervalle de temps qui sépare l'instant considéré d'un instant pris arbitrairement comme origine.

## 2. Les grandeurs physiques de cinématiques

La **cinématique** est l'étude des mouvements indépendamment des causes qui les ont provoquées ou modifiées. Elle est caractérisée par les paramètres cinématiques tels que le temps, la trajectoire, le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération.

### 2.1. La trajectoire d'un point mobile

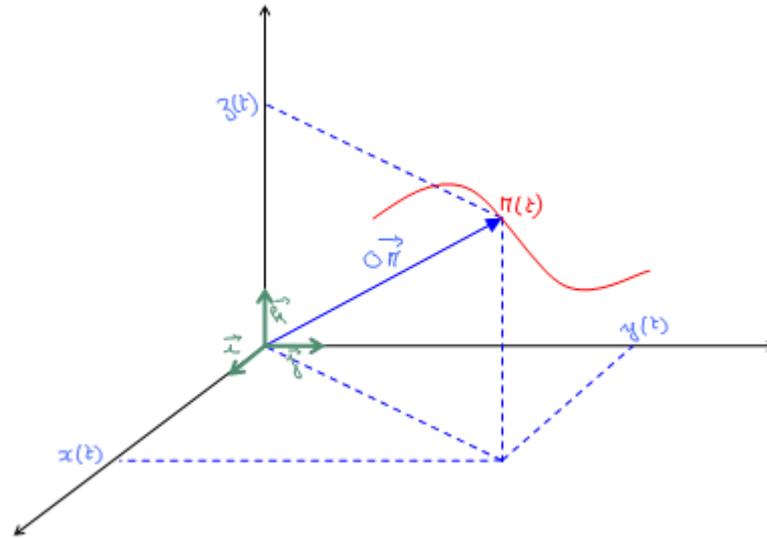
On appelle **trajectoire** d'un point mobile, l'ensemble des positions successives occupées par le mobile au cours de son mouvement

Si la trajectoire est une droite, le mouvement est dit rectiligne. Dans le cas contraire, il est dit curviligne.

Exemple : trajectoire cercle ou arc-de-cercle ; mouvement circulaire.

### 2.2. Le vecteur position

On définit la position du point mobile M par ses coordonnées dans le repère d'espace  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .



Le vecteur position  $\vec{OM}$  est :  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  soit  $OM = \|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

### Exercice d'application :

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  la position d'un point M est définie à chaque instant par :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t^3 + 3 \\ z = 0 \end{cases}$$

Donner les positions respectives du point M aux instants 0s, 1s, 3s, et 4s.

### 3.3. La vitesse

#### 3.3.1. La vitesse moyenne

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par le temps mis pour la parcourir.  $v_m$  s'exprime en mètre par seconde (m/s).

$$v_m = \frac{d}{t} \quad \text{avec } d \text{ en mètre } (m); t \text{ en seconde } (s) \text{ et } v_m \text{ en mètre par seconde } (m.s^{-1})$$

#### Remarque :

On utilise couramment la vitesse en kilomètre par heure ( $km/h$ ) :  $1m.s^{-1} = 3,6km.h^{-1}$

#### Exercices d'application

- 1- Un automobiliste part d'Obala à 6h45min et arrive à Yaoundé distant de 40Km, à 8h45min. Déterminer en Km/h et en m/s la vitesse moyenne de l'automobiliste durant ce voyage.
- 2- Convertir  $60km.h^{-1}$  en  $m.s^{-1}$  et  $20m.s^{-1}$  en  $km.h^{-1}$

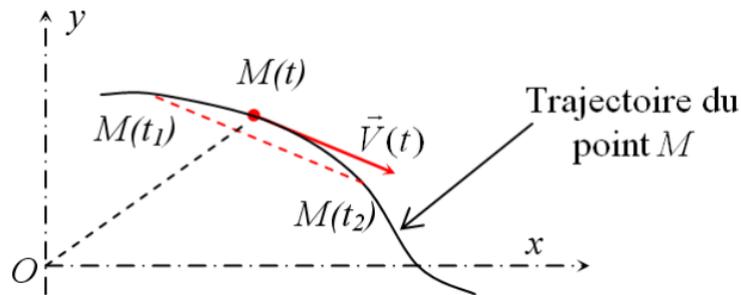
### 1.3.2. Le vecteur instantané

C'est la vitesse du mobile à un instant quelconque  $t$ . Elle est notée  $v(t)$ . Pour un automobiliste elle est indiquée par le compteur du tableau de bord.

### 3.3.3. Le vecteur vitesse

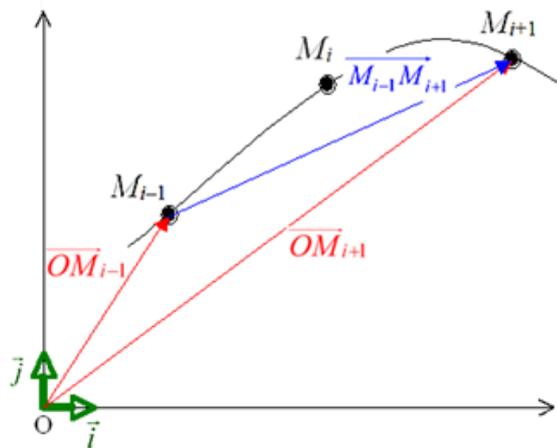
✚ vecteur vitesse moyenne  $\overrightarrow{v_m}$

Supposons le point mobile  $M$  décrivant une trajectoire quelconque. A l'instant  $t_1$  le mobile est en  $M_1$ , A l'instant  $t_2$  il est en  $M_2$



Le vecteur vitesse moyenne  $\overrightarrow{v_m}$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est  $\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$ .  $\overrightarrow{v_m}$  a même sens et direction que  $\overrightarrow{M_1M_2}$

✚ Vecteur vitesse instantanée :  $\vec{v}(t)$



Pour trouver  $\vec{v}_1$ , il suffit de considérer un petit intervalle de temps. Le vecteur vitesse instantanée a pour caractéristiques :

- Origine :  $M_1$  ;
- Sens : celui du mouvement
- Direction : tangente à la trajectoire
- Norme : valeur de  $\frac{M_1M_2}{t_2 - t_1}$  avec  $t_1 \rightarrow t_2$

- NB : La vitesse dépend du référentiel choisi.

### 1.4. L'accélération

C'est le paramètre cinématique qui traduit le taux de variation de la vitesse (rapidité de la variation de la vitesse).

Lorsqu'un mobile de  $v_1$  à la date  $t_1$  à  $v_2$  à la date  $t_2$ , alors l'accélération moyenne  $a$  est donnée par

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \text{ avec } \begin{cases} v_2, v_1 \text{ en } (m.s^{-1}) \\ t_2, t_1 \text{ en } (s) \end{cases}; a \text{ en mètre par seconde carrée } (m.s^{-2})$$

**Exercice d'application** : une voiture accélère sur une route rectiligne de 30 Km/h à 90 Km/h en 8s. Calculer la norme de son accélération moyenne  $a_{moy}$

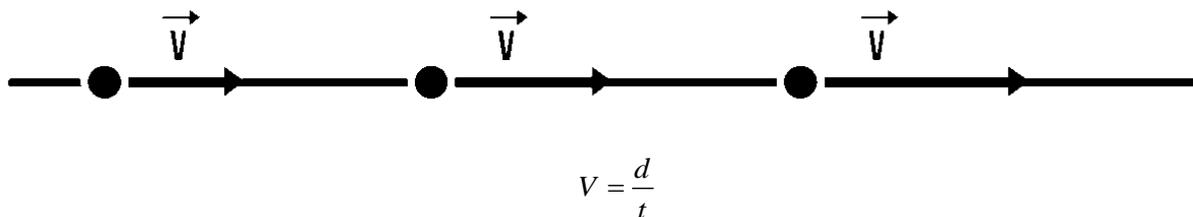
#### Remarques

- Si  $V = \text{constante}$  alors  $a = 0$  et le mouvement est dit uniforme.
- Lorsque la valeur de la vitesse augmente, l'accélération est positive ( $a > 0$ ) et le mouvement est accéléré.
- Lorsque la valeur de la vitesse diminue, l'accélération est négative ( $a < 0$ ) et le mouvement est alors ralenti ou retardé.

## 2. Les différents types de mouvement.

### 1.1. Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

La trajectoire est une droite. Le vecteur vitesse est porté par la trajectoire. Il est constant en direction, sens et intensité.

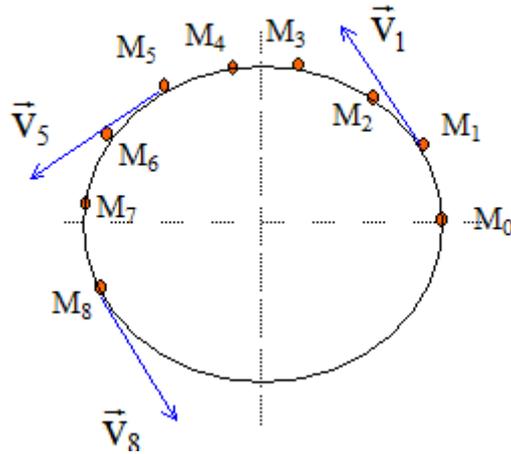


### 1.2. Mouvement rectiligne varié (MRV)

La trajectoire est une droite.  $\vec{v}(t)$  est portée par la trajectoire. Mais sa norme  $v(t)$  et son sens peuvent varier.

### 1.3. Mouvement circulaire uniforme (MCU)

La trajectoire est un cercle ou arc-de-cercle. Le vecteur vitesse conserve la même norme ( $v_1 = v_2 = v_3$ ) mais il change de direction à chaque instant.



Rappels :

$$N = \frac{n}{t} \quad \text{vitesse de rotation en (tr/s)}$$

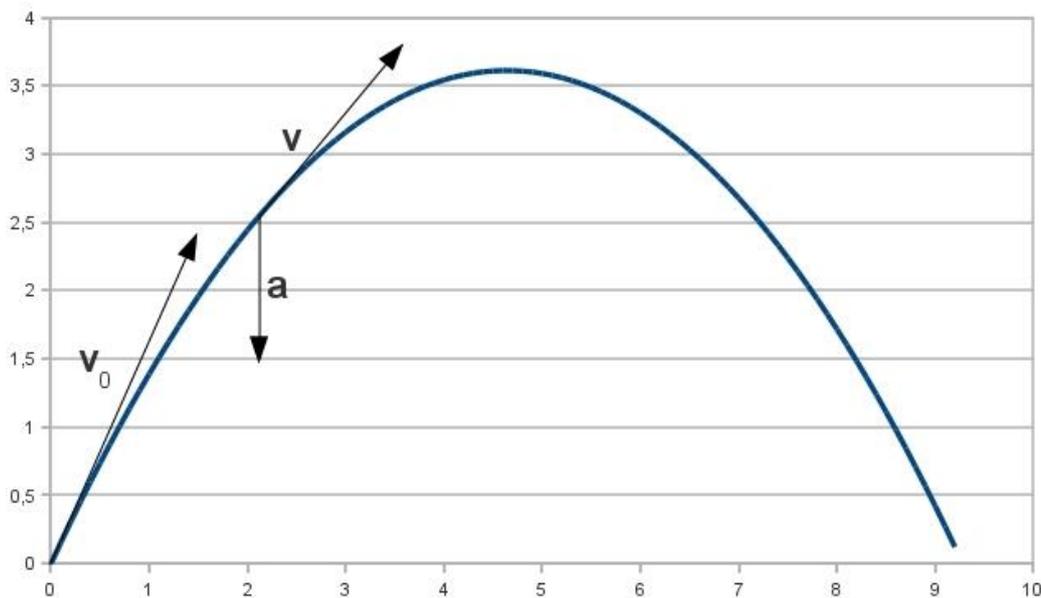
$$V = \pi DN \quad V : \text{vitesse linéaire en (m /s)} ; N : \text{vitesse de rotation en (tr/s)} ; D : \text{Diamètre}$$

$$V = R\omega \quad \omega : \text{vitesse angulaire en (rad/s)}$$

#### 4-4 Mouvement parabolique et elliptique

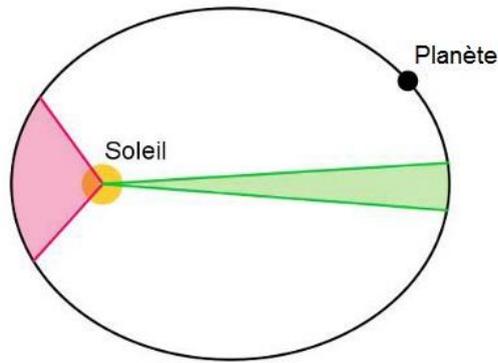
✚ Un mouvement parabolique est dont la courbe est de la forme :  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

Exemple : Trajectoire d'un ballon lors d'un coup-franc direct



✚ Un mouvement est elliptique si l'équation est de la forme  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Exemple : Mouvement d'une planète autour du soleil



### 5- Diagramme d'espaces et diagramme des vitesses

Il est basé sur la chronophotographie.

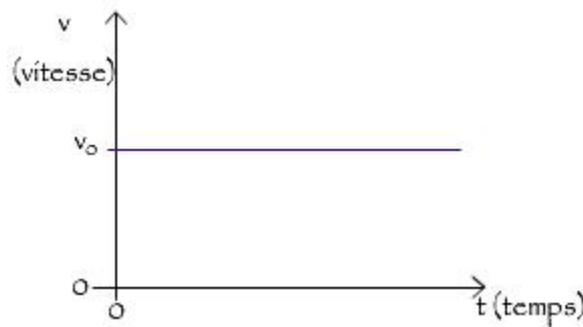
La chronophotographie, consiste à prendre sur des clichés à des intervalles de temps égaux plusieurs photographies d'un objet en mouvement. La comparaison des espaces parcourus pendant des intervalles de temps égaux permet d'obtenir la classification des mouvements :

- Lorsque les espaces parcourus sont égaux, le mouvement est uniforme, dans ce cas la vitesse est constante.



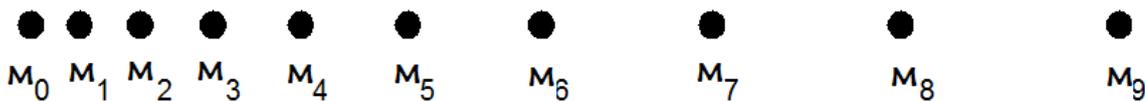
$$M_0M_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = \dots$$

Le diagramme de vitesse d'un mouvement uniforme est :



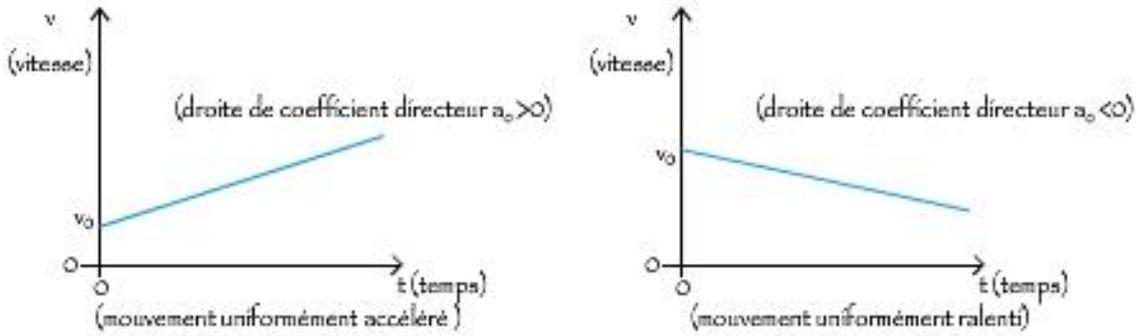
**NB :** Le diagramme des vitesses est la courbe représentative des variations de la vitesse en fonction du temps.

- Lorsque les espaces sont de plus en plus grands, le mouvement est accéléré. La vitesse augmente au cours du temps. La chronophotographie de ce type de mouvement est de la forme.



$$M_0M_1 < M_1M_2 < M_2M_3 < M_3M_4 < \dots$$

Le diagramme de vitesse est représenté comme suit :



- Lorsque les espaces parcourus sont de plus en plus courts le mouvement est ralenti (retardé, décéléré). La vitesse diminue au cours du temps la chronophotographie de ce type de mouvement est :

$$M_0M_1 > M_1M_2 > M_2M_3 > M_3M_4 > \dots$$

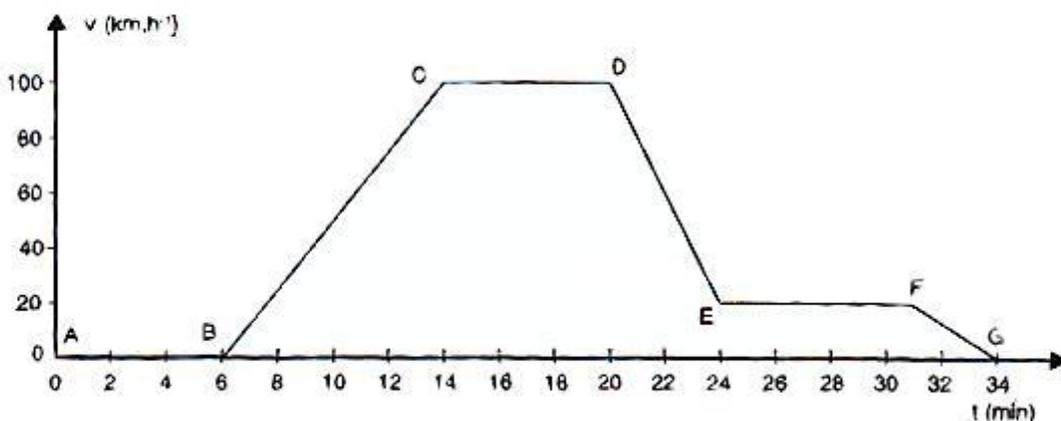
Le diagramme de vitesse se représente ci-dessus.

### Exercice d'application : (Activité d'apprentissage)

Une voiture circule en agglomération où la vitesse maximale autorisée est 50 Km/h. Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse de ce véhicule en fonction du temps.

- 1) Relever la valeur de la vitesse du véhicule à 18 minutes
- 2) Identifier les différentes phases du mouvement.
- 3) Le véhicule a-t-il eu un mouvement uniforme lors de son déplacement ? si oui déterminer la distance parcourue durant cette phase
- 4) Quelle a été la vitesse maximale du véhicule ? Le conducteur a-t-il commis une infraction d'excès de vitesse ? justifier la réponse.
- 5) Déterminer pour chaque phase la valeur de l'accélération moyenne du véhicule.

Le graphique ci-dessous représente les variations de la vitesse d'une voiture au cours d'un voyage de 34 minutes.



**Résumé :**

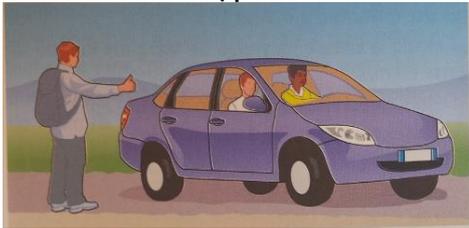
Pour décrire un mouvement , il faut toujours le faire par rapport à un autre objet appelé : référentiel. Pour décrire le mouvement d'un objet, il faut connaître ses grandeurs physiques de la cinématique que sont : **La trajectoire, La position , La vitesse et l'accélération.**

En fonction de la valeur de l'accélération, on distingue les mouvements uniforme, accéléré et retardé tandis qu'en fonction de la trajectoire, on distingue les mouvements rectilignes et curvilignes (circulaire, parabolique, elliptique, cycloïdal etc )

**Travail à faire (TAF) exercices .....pages.....**

**Exercice 1 : Généralités sur le mouvement**

1. Définir : trajectoire, cinématique.
2. Citer trois grandeurs physiques de la cinématique et leurs unités légales.
3. Citer deux types de mouvements.



4. Ali et son père sont dans la voiture qui passe devant Paul sur le bas-côté de la route (figure ci-contre).
  - 4.1. Ali est-il en mouvement par rapport à Paul ?
  - 4.2. Ali est-il en mouvement par rapport à son père ?
  - 4.3. Quelle conclusion peux-tu tirer ?

**Exercice 2 : Nature et vitesse d'une voiture en mouvement**

Une voiture roule sur une route rectiligne à la vitesse constante de  $70\text{km.h}^{-1}$ .

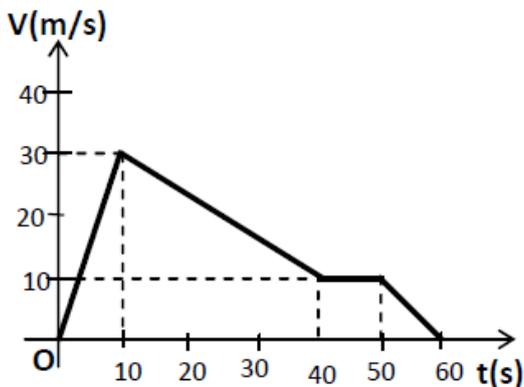
- 2.1. Quelle est la nature de son mouvement ?
- 2.2. Quelle distance parcourt-elle en 10min ?

**Exercice 3. Célérité de la lumière dans le vide**

La lumière se propage dans l'air à la vitesse de  $3.10^8\text{m.s}^{-1}$ . Au cours de l'orage, un éclair est émis à 1km du lieu où vous vous trouvez.

- 3.1. Au bout de combien de temps vous voyez l'éclair ?
- 3.2. Est-il légitime de dire que vous voyez l'éclair au moment où il est émis

**Exercice 4 : Exploitation du diagramme de vitesse**



Une voiture circule en agglomération. Le graphe ci-contre représente l'évolution de la vitesse de la voiture en fonction du temps.

- 4.1. Identifier les différentes phases du mouvement.
- 4.2. La voiture a-t-elle eu un mouvement uniforme? Si oui déterminer la distance parcourue durant cette phase.
- 4.3. Déterminer pour  $t \in [0\text{s};10\text{s}]$  et  $t \in [10\text{s};40\text{s}]$ , les valeurs de l'accélération moyenne de la voiture.

**Exercice 5 : Vecteur position et vecteur vitesse moyenne d'un point mobile**

Dans un repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé, la position du point mobile (M) est repérée à chaque instant par ses coordonnées  $x(t) = 5t$  et  $y(t) = -2t^2 + t$ .  $x$  et  $y$  en mètre, et  $t$  en seconde.

- 1.1. Trouver les vecteurs positions  $\overrightarrow{OM}_1$  et  $\overrightarrow{OM}_2$ , respectivement aux instants  $t_1 = 1s$  et  $t_2 = 3s$
- 1.2. Dédire de la question 1, le vecteur vitesse moyenne  $\vec{V}_m$  durant le déplacement de  $M_1$  à  $M_2$ . Déterminer sa norme.

**Exercice 6 : Mouvement de rotation d'un disque**

Un disque tourne à la vitesse de rotation  $45tr.min^{-1}$

- 6.1. Quelle est la trajectoire d'un point M du disque situé à  $10cm$  de l'axe de rotation ?
- 6.2. Quelle est la nature du mouvement du point M ?
- 6.3. Calculer la longueur de la trajectoire décrite par M lorsque le disque fait 2 tours.
- 6.4. Quelle est en  $m.s^{-1}$  la vitesse de M ?
- 6.5. Représenter, sur la trajectoire de M, le vecteur vitesse à l'instant choisi quelconque. Echelle  $1cm$  pour  $0,1m.s^{-1}$

**SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT 2 :**  
**LA STATIQUE DES SOLIDES**

**Situation de vie 2**

La population de Mvengue souffre du manque d'eau potable, pour cela elle creuse des puits qui malheureusement sont très profonds. Faire monter l'eau manuellement à l'aide d'une corde et d'un seau est pénible et fatigant.

**Consigne 1 :** Proposer des dispositifs mécaniques permettant de faciliter cette tâche à la population de Mvengue.

**Consigne 2 :** A l'aide de vos connaissances acquises recommander une des machines à la population et une méthode pour obtenir la formule de réduction d'efforts dans ce cas de machine simple

**SEANCE 1**  
**L'EQUILIBRE DES SOLIDES SOUMIS A L'ACTION DE DEUX OU TROIS FORCES**

**O.P.O**

-  Expliquer et interpréter des situations d'équilibres mécaniques des solides soumis à deux forces ou trois forces non parallèles.

**Introduction :**

Généralement, lorsqu'un système est soumis à l'action d'une seule force, il est mis en mouvement. L'étude de ce mouvement est la **dynamique**. Parfois sous l'action de deux ou trois forces, le système reste en équilibre, on parle alors de **statique**. On distingue les équilibres **indifférent, stable et instable**.

**1. Equilibre d'un solide soumis à l'action de deux forces**

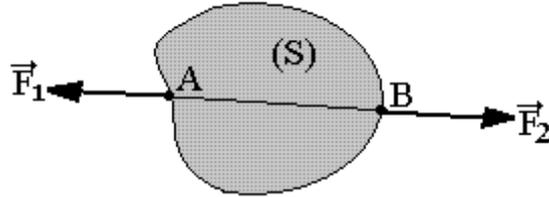
**1.1. Condition d'équilibre**

Un solide (S) soumis à l'action de deux forces est en équilibre si et seulement si les deux conditions suivantes sont :

$c_1$  - les deux forces ont une même droite d'action ;

$c_2$  - la somme vectorielle des deux forces est nulle.

Exemple :



### Remarque

- La condition  $c_2$  ne suffit pas pour conclure qu'un solide est en équilibre sous l'action de deux forces, car si les deux forces n'ont pas la même droite d'action alors elles constitueront un couple de forces dont l'effet est de faire tourner le solide.
- On montre qu'un solide initialement lancé avec une vitesse constante, tout en vérifiant les deux conditions précédentes continue son mouvement de façon uniforme. On conclut donc que ces conditions sont nécessaires mais pas suffisantes.

## 1.2. Quelques applications

### 1.2.1. Equilibre d'un solide posé sur un plan

#### 1.2.1.1. Plan horizontal

Considérons une bille et une brique posées sur un plan horizontal. On se propose d'étudier leur équilibre :

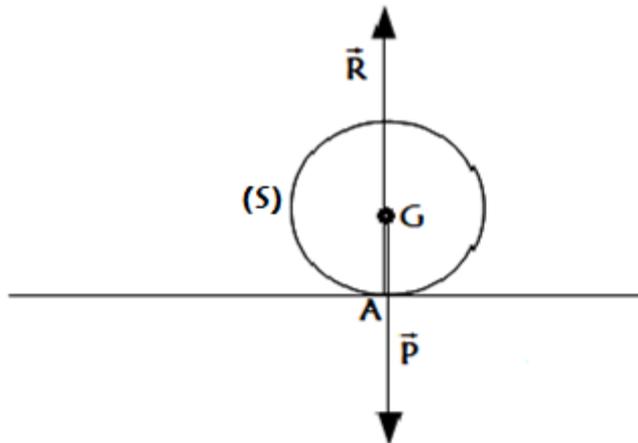


Figure : Equilibre indifférent de la bille sur le plan horizontal

- Système étudié : bille (S)
- Bilan des forces
  - $\vec{P}$  : Poids de la bille
  - $\vec{R}$  : Réaction du plan sur la bille (Action localisée et appliquée) au seul point A de contact entre la bille et le plan)
- Application des conditions d'équilibre :
  - $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ont une même droite d'action

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{R} \Leftrightarrow R = mg \quad \text{avec } m \text{ en (kg) ; } g \text{ en N/kg ; } R \text{ en (N)}$$

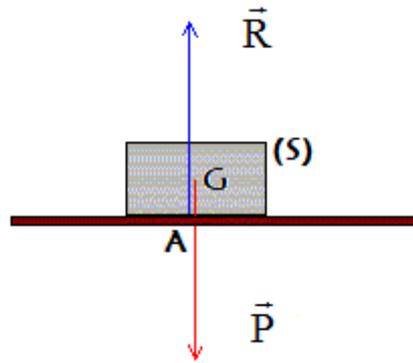


Figure : Equilibre stable d'une brique sur un plan horizontal

- Système étudié : brique (S)
- Bilan des forces
  - $\vec{P}$  : Poids de la brique
  - $\vec{R}$  : Réaction du plan sur la brique (Action répartie, équivalente à une action unique  $\vec{R}$  appliquée en A)
- Application des conditions d'équilibre
  - $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ont une même droite d'action
  - $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{R} \Leftrightarrow R = mg$  avec m en (kg) ; g en N/kg ; R en (N)

### 1.2.1.2. Plan incliné

Supposons les deux solides précédents placés sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  sur l'horizontal.

- Cas de la bille

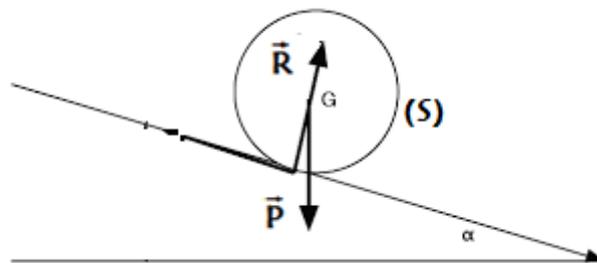


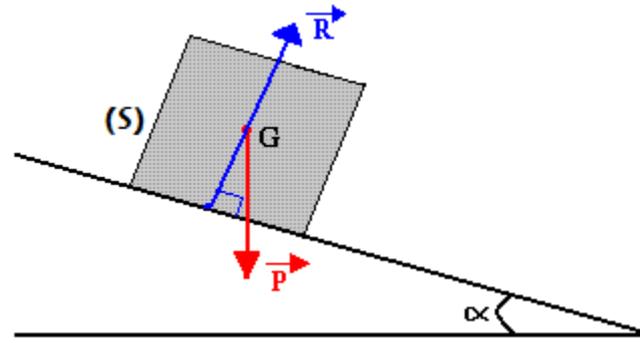
Figure : solide sur un plan incliné

La bille ne peut être en équilibre car  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  n'ont pas la même droite d'action

- Cas de la brique

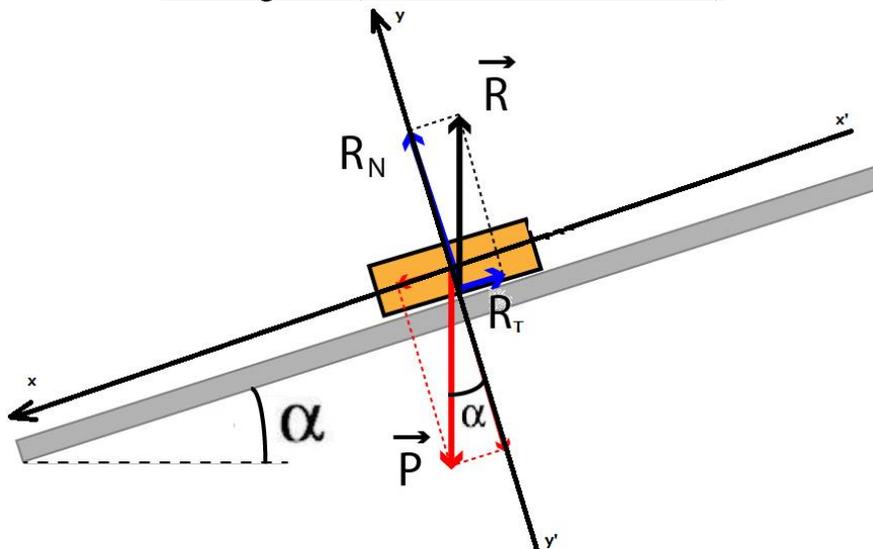
Dans ce cas on a :

Plan parfaitement lisse



Pour un plan parfaitement lisse (sans frottement) la réaction est normale au plan. L'équilibre est impossible car  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  n'ont pas le même droite d'action.

Plan rugueux (existence des frottements)



Si l'angle  $\alpha$  est petit, la brique (s) peut être en équilibre.

Dans ce cas

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{P} = (P \sin \alpha) \vec{i} + (P \cos \alpha) \vec{j}$$

$$\vec{R} = (-R \sin \alpha) \vec{i} + (R \cos \alpha) \vec{j}$$

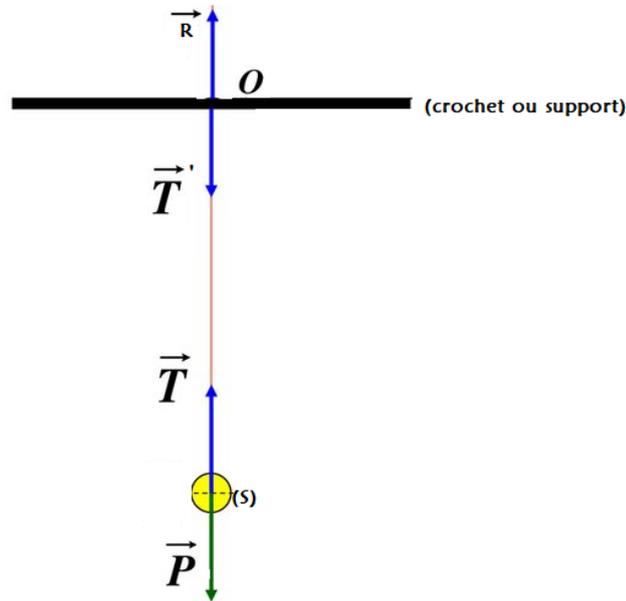
$R_x = R_t = -R \sin \alpha$  est la composante tangentielle force de frottement de la réaction et  $R_y = R_N = R \cos \alpha$  est la composante normale de  $\vec{R}$ .

Remarque : La valeur maximale de l'angle  $\alpha$  est notée  $\alpha_m$  est appelée angle de frottement.

### 1.2.2. Equilibre d'un solide suspendu à un fil ou à un ressort : notion de tension.

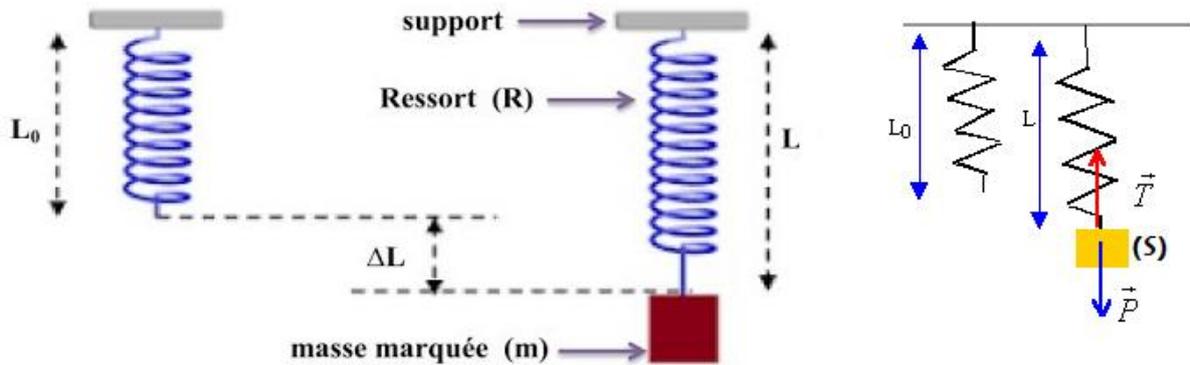
#### 1.2.2.1. Solide suspendu à un fil : tension du fil.

Considérons un solide (s) de masse m, suspendu à un fil inextensible de masse négligeable, lui-même lié à un crochet. On se propose d'étudier l'équilibre de (s).



- Système étudié : solide (s)
- Bilan des forces s'exerçant sur (s)
  - $\vec{P}$  : Poids du solide (s)
  - $\vec{T}$  : Tension du fil
- Application des conditions d'équilibre
  - (s) en équilibre  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ont une même droite d'action ;  $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$
  - $\vec{P} = -\vec{T} \Leftrightarrow T = mg$  avec : m en (kg) ; g en (N/kg) ; T en (N)
  - Remarque :
    - Si le système étudié est le crochet, alors il est soumis à l'action de deux forces
    - $\vec{R}$  : réaction du crochet
    - $\vec{T}'$  : tension du fil
  - Condition d'équilibre
    - $\vec{R}$  et  $\vec{T}'$  ont même droite d'action
    - $\vec{R} + \vec{T}' = \vec{0} \Leftrightarrow T = R$  (1)
    - Le fil étant inextensible :  $T = T'$  (2)
    - (1)=(2)  $\Leftrightarrow R = T = T' = mg$

### 1.2.2.2. Solide suspendu à un ressort : tension du ressort



Considérons un ressort de longueur à vide  $l_0$ , et de constante de raideur  $K$ . une de ses extrémités est fixée à un support, et à l'autre on accroche Un solide (s) de masse  $m$ . Et on laisse l'équilibre s'établir. La longueur du ressort est alors  $l$ . On se propose d'étudier l'équilibre du solide (s).

- Système étudié : solide (s)
- Bilan des forces s'exerçant sur (s)
  - $\vec{P}$  : Poids du solide (s)
  - $\vec{T}$  : Tension du ressort
- Application des conditions d'équilibre
  - $\vec{P}$  et  $\vec{T}$  ont une même droite d'action
  - $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{T} \Leftrightarrow T = mg$  avec :  $m$  en (kg) ;  $g$  en (N/kg) ;  $T$  en (N)

#### Remarque :

On définit l'allongement du ressort la grandeur notée  $a$  ou  $\Delta l$  donnée par  $\Delta l = (l - l_0)$

- Si  $\Delta l < 0$  soit  $l_0 > l$ , alors le ressort a été **comprimé (compression)**
- Si  $\Delta l > 0$  soit  $l_0 < l$ , alors le ressort a été **étiré**
- La tension du ressort est alors :
  - $T = k|\Delta l| = k \times a$  avec  $\Delta l$  en (m) ;  $k$  en (N/m) ;  $T$  en (N)

#### Activité d'apprentissage (les savoirs)

**A.1.** A un support, on suspend par l'intermédiaire d'un ressort un solide de masse  $(0,50 \pm 0,01)$  kg. La constante de raideur du ressort vaut 50N/m.

- 1.1. Représenter et faire le bilan de toutes les forces s'exerçant sur le solide (s).
- 1.2. Calculer la tension du ressort à l'équilibre
- 1.3. Calculer l'allongement du ressort. En déduire la longueur du ressort à l'équilibre sachant que sa longueur à vide vaut  $(50,0 \pm 0,1)$  cm
- 1.4. Déterminer la réaction du support R. on prendra  $g = 9,8$  N/kg

A.2.



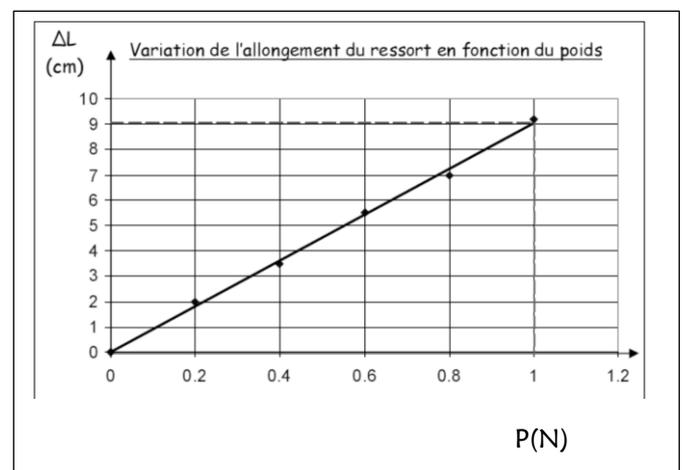
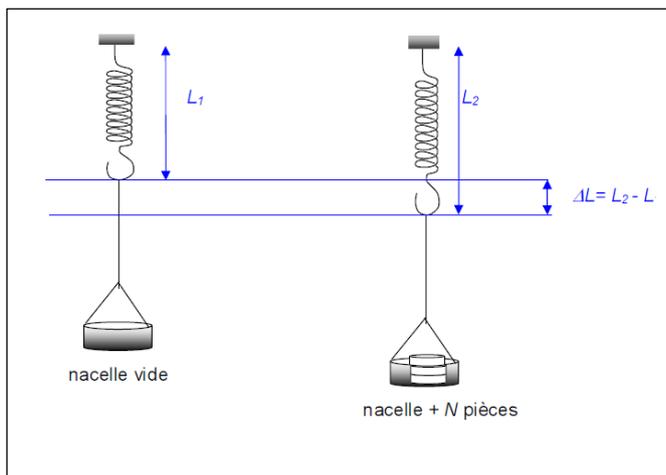
Deux ressorts  $R_1$  et  $R_2$ , tendus de masse négligeable sont placés horizontalement. La distance AB vaut 45cm.

- 1.5. Quelle relation existe-t-il entre les tensions  $T_1$  et  $T_2$  des deux ressorts ? en déduire une relation entre les allongements  $a_1$  et  $a_2$  des ressorts. On donne  $k_1 = 12N.m^{-1}$  et  $k_2 = 18N.m^{-1}$ .
- 1.6. Les longueurs à vide des ressorts sont  $l_{01} = 15cm$  et  $l_{02} = 20cm$ . Trouver une autre relation entre  $a_1$  et  $a_2$ .
- 1.7. Calculer  $a_1$  et  $a_2$ . En déduire l'intensité des tensions  $T_1$  et  $T_2$ .
- 1.8. Déterminer les réactions des supports A et B et les représenter sur le schéma.

ACQUISITION DU SAVOIR-FAIRE EXPERIMENTAL

Activité 1 : Allongement du ressort

Le graphe ci-dessous représente la variation de l'allongement du ressort en fonction de poids G de la masse accrochée à son extrémité comme illustre la figure.



1. Complète le schéma de l'expérience en modélisant les actions mécaniques qui s'exercent sur le système.
2. D'après les informations fournies par le graphique :
  - 2.1. Calculer le coefficient directeur de la droite en indiquant la méthode. En déduire la valeur expérimentale de la constante de raideur du ressort utilisé.
  - 2.2. Écrire la formule qui relie les variables.
  - 2.3. À quelle caractéristique du graphique correspond cette formule ?
  - 2.4. Détermine quel pourrait être l'allongement pour un poids de 1,5 N ?

**Activité 2 : TP- Etalonnage d'un ressort**

**OBJECTIFS DU TP**

Méthodes et savoir-faire expérimentaux :  
 - réaliser un montage ;  
 - exécuter un protocole expérimental.

Compte rendu d'une étude expérimentale :  
 - exploiter les résultats des mesures ;  
 - exploiter une représentation graphique.

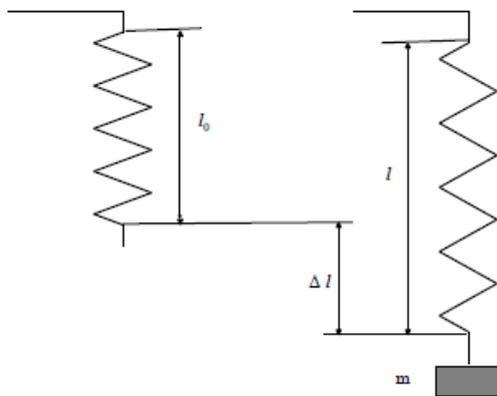
**MATÉRIEL**

Ressort à spires non jointives (masse maximale : 200 g) ;  
 Statif, noix de serrage et axe (axe d'une poulie) ;

Boite de masse marquée ;  
 Règle graduée.

Le but de la manipulation est de découvrir la relation existant entre l'allongement d'un ressort e l'intensité de la force appliquée à l'extrémité libre du ressort.

**I- Dispositif et protocole expérimental**



On mesure la longueur  $l_0$  du ressort à vide.  
 On suspend ensuite au ressort des masses marquées et on mesure sa longueur  $l$ .  
 On calcule l'allongement  $\Delta l$  du ressort.

**II- Etude de l'équilibre**

1. Isoler le système étudié.
2. Inventaire des forces : préciser quelles sont les forces qui agissent sur le système.  
 (La masse du ressort est négligée)

3. Déterminer les caractéristiques de ces forces. Compléter le tableau.

Forces	Direction	Sens	Intensité	Point d'application

4. Ecrire la condition d'équilibre de ce système.

**III- Manipulation**

- Mesurer la longueur initiale  $l_0$  du ressort (longueur à vide) : résultat :  $l_0 = 9,0\text{cm}$
- Faire varier, dans l'ordre croissant, la masse  $m$  en utilisant des masses marquées.
- Mesurer la longueur  $l$  du ressort pour chacune des valeurs de  $m$ .

$m$ (g)	40	80	120	160	200
T (N)					
$l$ (cm)	13	17	21	25	29
$\Delta l$ (cm)					

**2. Equilibre d'un solide soumis à l'action de trois forces non parallèles**

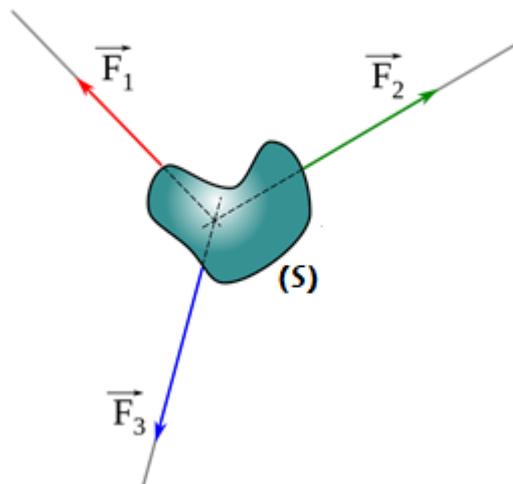
**2.1. Conditions d'équilibre**

Un solide soumis à l'action de trois forces non parallèles est en équilibre si et seulement les conditions suivantes sont satisfaites

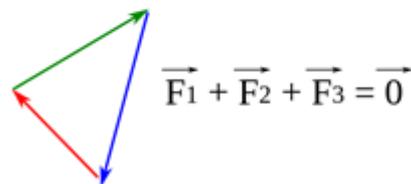
$C_1$  - **Les trois forces sont coplanaires** C'est-à-dire que les droites d'action de ces trois forces s'interceptent en un même plan.

$c_2$  - **les trois forces doivent être concourantes.** C'est-à-dire s'intercepter en un même point.

$C_3$  - **La somme vectorielle des trois forces est égale au vecteur nul.**  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$



**(s) en équilibre les 3 conditions ci-dessus sont vérifiées**

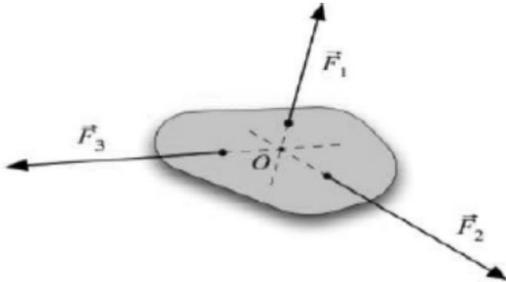


$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

**Exercice d'application**

5. On considère trois forces  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$  faisant entre elles des angles de  $180^\circ$ . On donne

$$F_1 = 1,5N ; F_2 = 3N \text{ et } F_3 = 5N$$



**5.1.** Reprendre la figure, construire et déterminer l'intensité de la résultante  $\vec{F}_4 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . **(0,5 pt x 3)**

**5.2.** Déterminer l'intensité de la résultante  $\vec{F}_5 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$  **0,5pt**

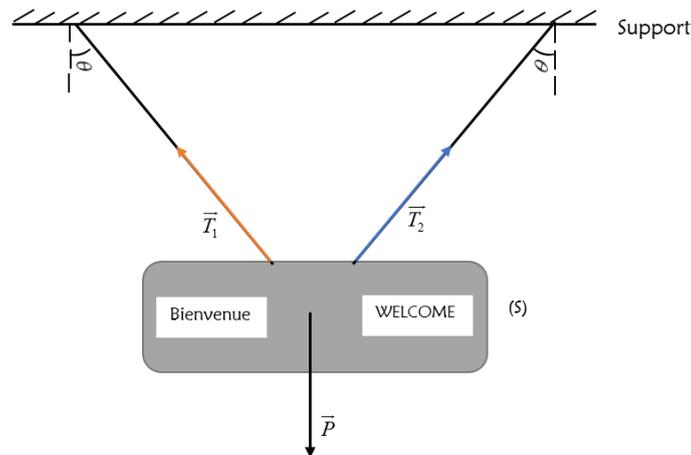
**Echelle 1 : 1**

**2.2. applications**

**2.2.1. Accrochage d'un luminaire**

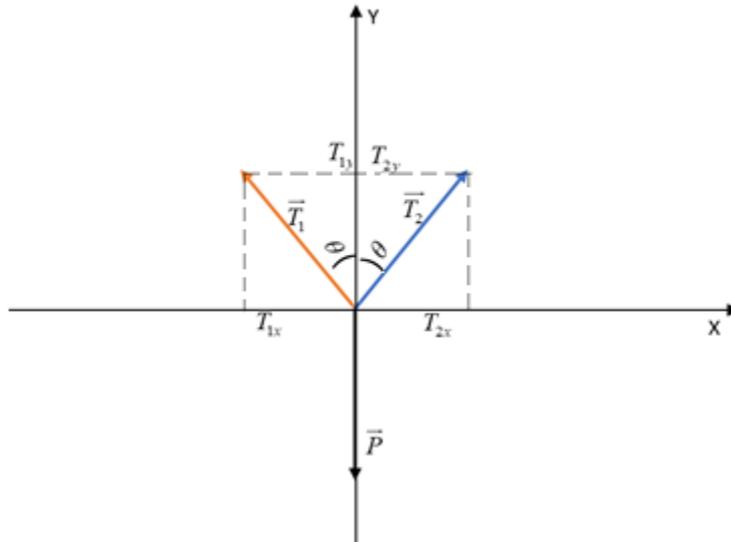
Une plaque lumineuse affichant le message de bienvenue dans le cyber-café est fixée au plafond devant l'entrée principale à l'aide de deux brins de fils de même longueur et de masse négligeable. La masse de l'enceinte est de 5,0 kg on prendra  $g = 9,8N/kg$ . Déterminer les tensions des brins de fils, s'ils font un angle de  $\theta = 30^\circ$  avec la verticale

**Résolution**



- **Système étudié : plaque lumineuse (s)**
- **Bilan des forces**
  - $\vec{P}$  : poids de la plaque (s)
  - $\vec{T}_1$  : tension du brin de fil 1
  - $\vec{T}_2$  : tension du brin de fils 2
  - Les forces  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  sont concourantes (point d'intersection commun (G))
- $\vec{P}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_1 = \vec{0}$  (1)

Projection de (1) dans le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .



$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P \end{cases} \quad \vec{T}_1 \begin{cases} T_{1x} = -T_1 \sin \theta \\ T_{1y} = T_1 \cos \theta \end{cases} \quad \vec{T}_2 \begin{cases} T_{2x} = T_2 \sin \theta \\ T_{2y} = T_2 \cos \theta \end{cases}$$

(1) Suivant l'axe ( $x'ox$ ) :  $P_x + T_{1x} + T_{2x} = 0$   
 $\Leftrightarrow -T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta = 0 \Leftrightarrow T_1 = T_2$  (2)

(1) Suivant l'axe ( $y'oy$ ) :  $P_y + T_{1y} + T_{2y} = 0$   
 $\Leftrightarrow -P + T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta = 0 \Leftrightarrow T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta = mg$  (3)

(2) Dans (3)

$$\Leftrightarrow 2T_1 \cos \theta = mg \Rightarrow T_2 = T_1 = \frac{mg}{2 \cos \theta}$$

$$T_2 = T_1 = \frac{5 \times 9,8}{2 \times \cos 60^\circ} \quad T_2 = T_1 = 49 \text{ N}$$

### 2.2.2. Solide maintenu en équilibre sur un plan incliné parfaitement lisse

Un solide ( $s$ ) de masse  $m=50\text{kg}$  est maintenu en équilibre sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  sur l'horizontale par une force  $\vec{T}$  de direction parallèle à celle du plan incliné. On prendra  $g=10\text{N/kg}$

- 1- Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur le solide ( $s$ )
- 2- Déterminer les intensités de toutes les forces inventoriées

**Résolution :**

1. Inventaire des forces s'exerçant sur le solide ( $s$ )

- $\vec{P}$  : poids du solide ( $s$ )
- $\vec{R}$  : réaction normale du plan sur le solide
- $\vec{T}$  : force qui permet de maintenir le solide en équilibre.

2. Détermination des intensités de  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$  et  $\vec{R}$ .

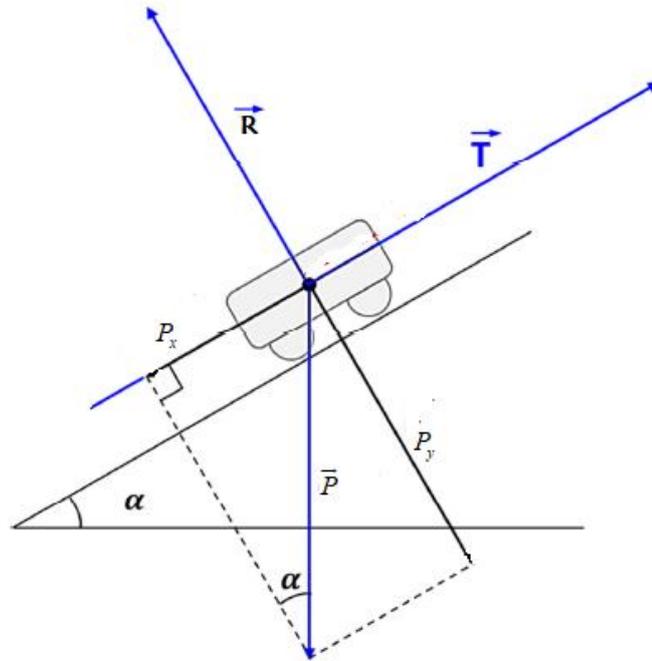
- Système étudié : solide ( $s$ )

Bilan des forces  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$  et  $\vec{R}$ .

- Application des conditions d'équilibre :

- $\vec{P}, \vec{T}$  et  $\vec{R}$  sont coplanaires
- $\vec{P}, \vec{F}$  et  $\vec{R}$  sont concourantes
- $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$  (1)

Projection de (1) dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$



$$\sin \alpha = \frac{|P_x|}{|P|} \Leftrightarrow |P_x| = |P| \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{|P_y|}{|P|} \Leftrightarrow |P_y| = |P| \cos \alpha$$

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = -P \sin \alpha \\ P_y = -P \cos \alpha \end{cases}$$

$$\vec{R} \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$

$$\vec{T} \begin{cases} T_x = T \\ T_y = 0 \end{cases}$$

(1) Suivant  $(x'ox)$  :  $T = P \sin \alpha$

(2) Suivant  $(y'oy)$  :  $R = P \cos \alpha$

D'où les formules  $P = mg; T = P \sin \alpha; R = P \cos \alpha$

AN :  $P = 500\text{N}$  ;  $T = 250\text{N}$  ;  $R = 250\sqrt{3}\text{N}$

### Résumé :

- Conditions d'équilibre d'un solide soumis à l'action de deux forces.
- Conditions d'équilibre d'un solide soumis à l'action de trois forces non parallèle.
- Notion d'allongement et de tension (ressort, fil)

## ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

### A.1.

Un solide (S) de masse  $m = 200\text{g}$  est maintenue à l'équilibre sur un plan incliné parfaitement lisse d'inclinaison  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale par l'intermédiaire d'un ressort de masse négligeable, de constante de raideur  $K = 40\text{N.m}^{-1}$  et allongé. L'axe du ressort fait un angle  $\theta = 20^\circ$  avec la ligne de la grande pente du plan incliné. Voir figure 2 ci-contre.

On donne :  $g = 10\text{N.kg}^{-1}$

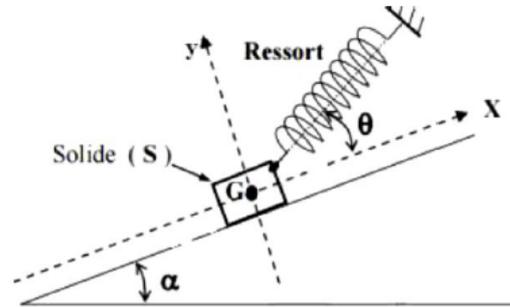


Figure 2

1. On note :  $\vec{T}$  la tension du ressort ;  $\vec{R}_N$  la réaction normale de la grande pente de plan incliné et  $\vec{P}$  le poids du solide (S). Reprendre la figure et représenter ces trois forces. **1,25pt**
2. Ecrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre du solide (S). **1pt**
3. Déterminer les expressions des coordonnées de ces forces dans le repère  $(G, \vec{i}, \vec{j})$  **(0,25 pt×6)**
4. En déduire que l'intensité de la tension du ressort est  $T = \frac{m.g.\sin\alpha}{\cos\theta}$ . **0,5pt**
5. Exprimer  $\Delta L$  l'allongement du ressort en fonction de  $m, g, \alpha, \theta$  et  $K$ . Calculer  $\Delta L$  **0,75pt**

### A.2. Tensions des câbles

Déterminer les tensions des câbles dans les figures suivantes :

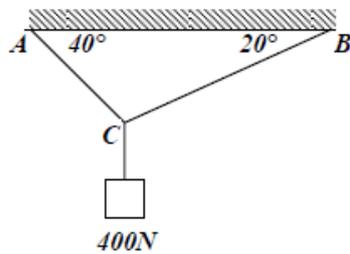


figure : 1

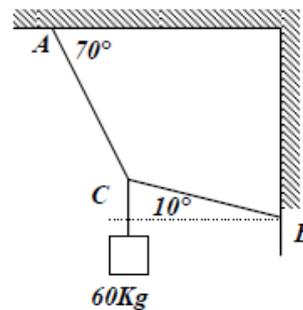


figure : 2

SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT 2

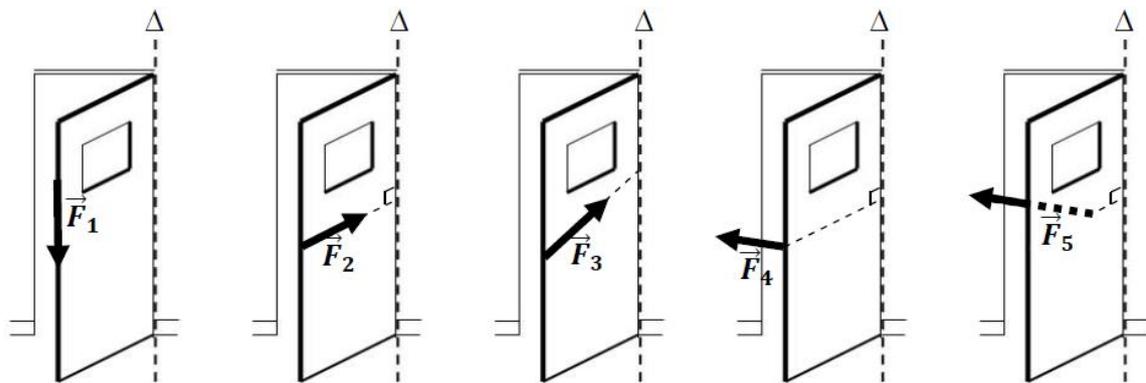
SEANCE 2 : EQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE FIXE

O.P.O

- mettre en évidence l'effet de rotation d'une force sur un solide susceptible de tourner autour d'un axe
- exprimer et calculer le moment d'une force, et d'un couple de forces
- énoncer et appliquer le théorème des moments pour résoudre des problèmes simple

1. Effet d'une force sur un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe

“Expérience avec la porte de la salle de la classe. ”



Question : les forces  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$  et  $\vec{F}_5$  ont-elles une effet de rotation sur la porte ?

Réponse attendue des apprenants :  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$  ne provoquent pas la rotation tandis que  $\vec{F}_4$  et  $\vec{F}_5$  provoquent.

Expérimentalement on montre que, pour provoquer un effet de rotation sur un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe, il faut y exercer une force dont la droite d'action :

- N'est pas parallèle à l'axe de rotation
- Ne rencontre pas l'axe de rotation.

Remarque :

- L'axe de rotation est constitué, par l'ensemble des points qui restent immobiles au cours de la rotation.
- Une force est orthogonale à l'axe de rotation si elle est située dans le plan perpendiculaire à l'axe.

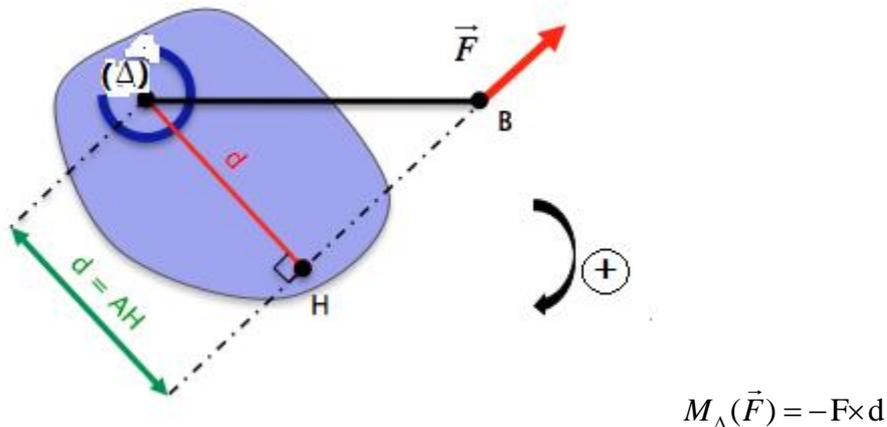
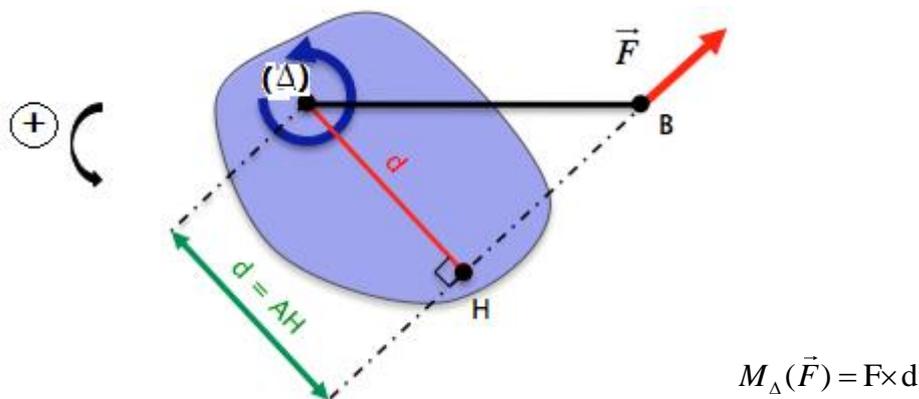
## 2. Moment d'une force par rapport à un axe fixe ( $\Delta$ )

Le moment d'une force  $\vec{F}$ , par rapport à un axe de rotation ( $\Delta$ ), noté  $M_{\Delta}(\vec{F})$  est égal au produit de l'intensité de la force  $\vec{F}$ , par la distance orthogonale qui sépare l'axe de rotation et la droite d'action de  $\vec{F}$ .  $M_{\Delta}(\vec{F})$  en (N.m)

### Remarque

- $M_{\Delta}(\vec{F})$  caractérise l'effet de rotation de  $\vec{F}$ .
- Le moment d'une force est une grandeur algébrique dont le signe dépend du sens positif de rotation arbitrairement choisi.

Exemple



F en (n) d en (m)  $M_{\Delta}(\vec{F})$  en (N.m)

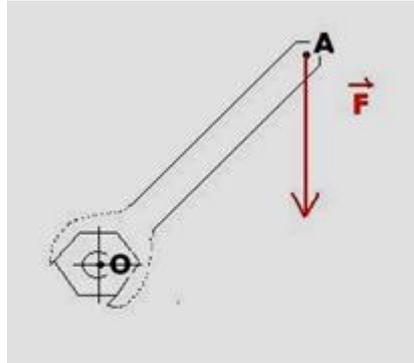
- Lorsque la droite d'action de la force coupe l'axe ( $\Delta$ ) alors  $d=0\text{m}$  soit  $M_{\Delta}(\vec{F}) = 0\text{N.m}$
- Lorsque la droite d'action de  $\vec{F}$  est parallèle à ( $\Delta$ ), l'effet de rotation est nul, soit  $M_{\Delta}(\vec{F}) = 0\text{N.m}$
- d est toujours perpendiculaire à ( $\Delta$ ).

### Exercice d'application

Pour serrer un écrou, on peut considérer que la main exerce une force appliquée en un point A de l'extrémité de la clef. L'axe de rotation de l'écrou est horizontal ; la force est située dans le plan orthogonal à l'axe de l'écrou et sa direction est verticale (voir figure ci-dessous).

Calculer le moment de cette force par rapport à l'axe  $(O, \Delta)$  sachant que :

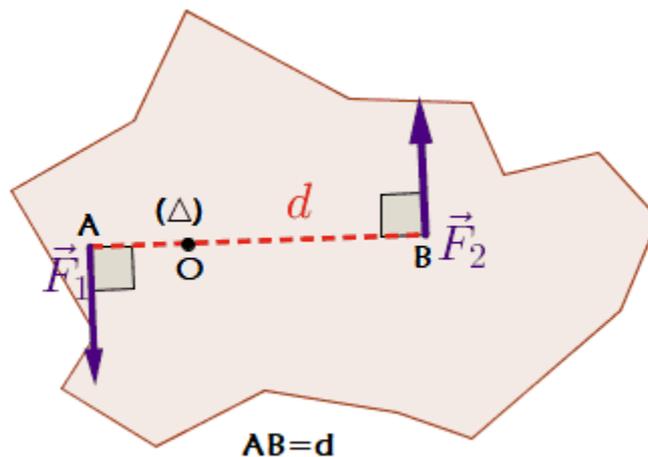
$$(\overrightarrow{OA}, \vec{F}) = 50^\circ \quad AO = 20\text{cm} \quad \text{et} \quad F = 20\text{N}.$$



### 3. Couple de forces

#### 3.1. Définition

Un couple de forces est un système de deux forces parallèles de sens contraires, de même intensité et n'ayant pas la même droite d'action.



$\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  forment un couple de force

Un couple de force produit, sur un solide auquel il est appliqué, un effet de rotation. Lorsque le solide tourne dans le sens imposé par le couple, le couple est dit **moteur**, dans le cas contraire, il est dit **résistant**.

### 3.2. Moment d'un couple

Considérons un couple de forces constitué par  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  de la figure ci-dessus, appliqué à un solide susceptible de tourner autour d'un axe ( $\Delta$ ). On se propose d'établir l'expression du moment du couple  $M_c$

**Par définition :**  $M_c = M_\Delta(\vec{F}_1) + M_\Delta(\vec{F}_2)$  or  $M_\Delta(\vec{F}_1) = F_1 \times AO$   $M_\Delta(\vec{F}_2) = F_2 \times OB$

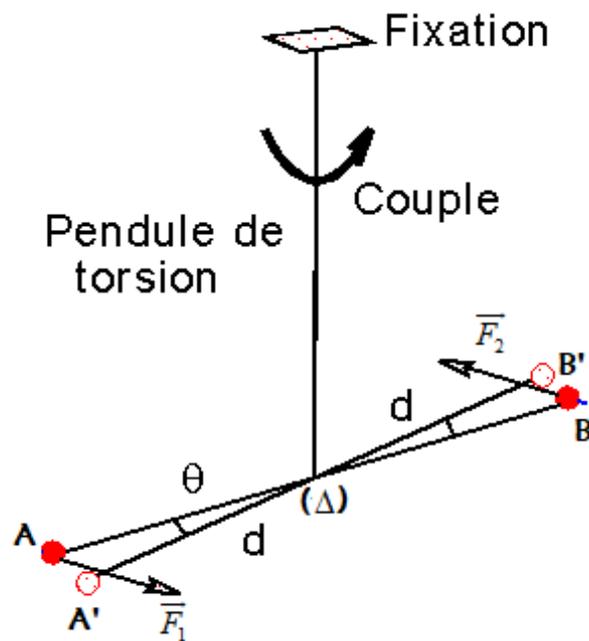
$$\Leftrightarrow M_c = F_1 \times AO + F_2 \times OB \quad \text{or} \quad F_1 = F_2 = F$$

$$\Leftrightarrow M_c = F(AO + OB) = F \times AB$$

d'où  $M_c = F \times d$  avec F en (N) d en (m)  $M_c$  en (N.m)

**Conclusion :** Le moment d'un couple de forces par rapport à un axe ( $\Delta$ ) est le produit de l'intensité d'une de ces forces par la distance qui sépare leurs droites d'actions.

### 3.3. Moment d'un couple de torsion



Sur la tige AB, appliquons un couple de forces ( $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ ). On constate qu'un moment donné le fil résiste. Il oppose un couple antagoniste appelé : couple de torsion. Le moment du couple de torsion est donné par :

$M_c = c \times \theta$  Avec  $c$  : constante de torsion du fil en (N.m/rad) ;  $\theta$  : angle de torsion en (rad) ;  $M_c$  en (N.m)

**Exercice d'application :**

Calculer la constante de torsion d'un fil sachant que la valeur du moment du couple de torsion est  $M_c = 0,2 N.m$  pour les valeurs des angles de torsion  $\alpha$  suivantes :

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad} , \alpha = 50^\circ , \alpha = 200 \text{ grad}$$

**4. Théorème des moments**

**4.1. Enoncé**

« Lorsqu'un solide mobile autour d'un axe fixe est en équilibre sous l'action des forces orthogonales à l'axe, la somme algébrique des moments par rapport à l'axe de toutes ces forces est nulle. »

Traduction mathématique :

Solide qui peut tourner, est en équilibre :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0$$

**NB :** La condition ci-dessus est nécessaire, mais pas suffisante, car un mobile soumis à ces forces et donc  $\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext})$  peut aussi être animé d'un mouvement de rotation uniforme.

**4.2. Application**



Une barre  $AB=1m$ , de masse négligeable de longueur  $AB=1m$ , repose sur un axe passant par o. on accroche , au voisinage immédiat des points A et B, les charges de masse  $M_A$  et  $M_B$  ( $OA=75cm$ ). On donne  $M_A = 0,6kg$  quelle doit être la valeur de  $M_B$  pour que la barre soit en équilibre et en position horizontale.

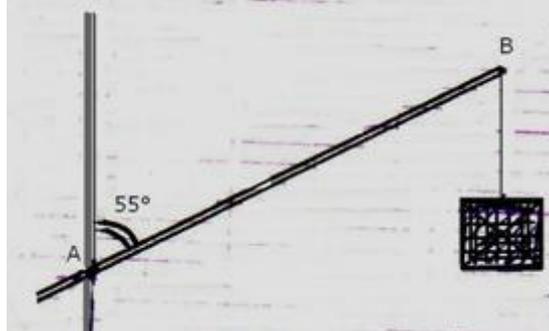
**Résumé :**

- Notion de moment d'une force d'un couple de forces de torsion
- Théorème des moments et application

**Activité d'apprentissage :**

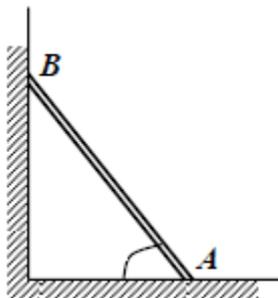
Une tige de poids négligeable est encastrée dans un mur ; elle supporte en B une charge de poids 2500N .Calculer le moment de cette surcharge par rapport à un axe horizontal passant par le point d'encastrement A.

On donne :  $AB=1,5m$ .



**TAF : Exercices du livre de l'élève**

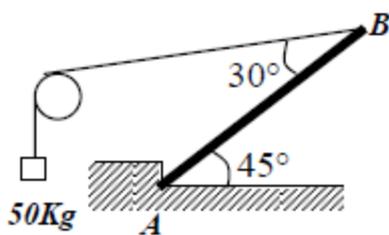
**Exercice 1. Echelle contre un mur**



Une échelle de longueur  $20\text{ m}$  pesant  $400\text{ N}$  est appuyée contre un mur parfaitement lisse en un point B situé à  $16\text{ m}$  du sol. Son centre de gravité est situé au milieu de AB. On suppose que les frottements sont négligeables au niveau du mur et que les contacts se font en un point. Le sol est rugueux et le système reste en équilibre statique.

Déterminer les réactions aux points de contact de l'échelle avec le mur B et le sol A.

**Exercice 2. Statique d'une poutre**

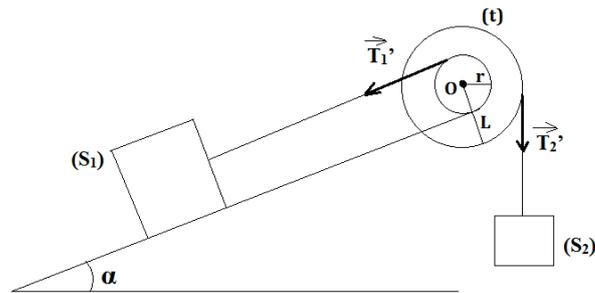


On maintient une poutre en équilibre statique à l'aide d'une charge  $P$  suspendue à un câble inextensible de masse négligeable, passant par une poulie comme indiqué sur la figure. La poutre a une longueur de  $8\text{ m}$  et une masse de  $50\text{ Kg}$  et fait un angle de  $45^\circ$  avec l'horizontale et  $30^\circ$  avec le câble.

Déterminer la tension dans le câble ainsi que la grandeur de la réaction en A ainsi que sa direction par rapport à l'horizontale.

**Exercice 3: Equilibre des solides**

On considère le dispositif mécanique schématisé ci-dessous. Il est constitué d'un treuil de rayon  $r$  et dont, la manivelle a une longueur  $L$  ; de 2 fils inextensibles de masses négligeables ; enfin de 2 solides ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$ . Dans tout l'exercice on négligera les forces de frottements.



1. Soit le solide  $(S_1)$  :
  - 1.1. Faire le bilan des forces qui s'y exercent.
  - 1.2. Écrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre du solide  $(S_1)$ . (0.5) pt
  - 1.3. Projeter la relation vectorielle obtenue ci-dessus dans un repère orthogonal judicieusement choisi.
  - 1.4. Dédire de ce qui précède ; les intensités de la réaction du plan et de la tension du fil en fonction de  $m_1$ ,  $\alpha$  et  $g$ .
2. Soit le treuil  $(t)$  :
  - 2.1. Compléter le schéma en représentant la force manquante.
  - 2.2. Énoncer le théorème des moments.
  - 2.3. En appliquant le théorème des moments, déterminer la relation existant entre les intensités des tensions  $T_1'$  et  $T_2'$ .
3. Soit le solide  $(S_2)$  :
  - 3.1. Faire le bilan des forces qui s'y exercent.
  - 3.2. Écrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre du solide  $(S_2)$ .
  - 3.3. En déduire l'expression de la masse  $m_2$  en fonction de  $m_1$ ,  $\alpha$ ,  $r$  et  $L$ .
  - 3.4. Calculer numériquement  $m_2$ , sachant que :
 
$$m_1 = 150\text{kg} ; r = 20\text{cm} \quad L = 50\text{cm} \quad \text{et} \quad \alpha = 30^\circ$$

## SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT 2

### SEANCE 3 :

### APPLICATIONS DE LA STATIQUE DES SOLIDES A L'ETUDE DE QUELQUES MACHINES SIMPLES

#### O.P.O

- Appliquer les conditions générales d'équilibre d'un solide
- Etablir les formules de réduction d'efforts pour quelques machines simples.

#### 1. Généralité des conditions d'équilibre d'un solide

Lorsqu'un système est en équilibre dans un référentiel terrestre, les conditions suivantes sont nécessaires :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0$$

#### 2. Méthode de résolution d'un problème de statique

Résoudre un problème de statique consiste à déterminer les caractéristiques des forces s'exerçant sur le système donné. La méthode suivante est conseillée :

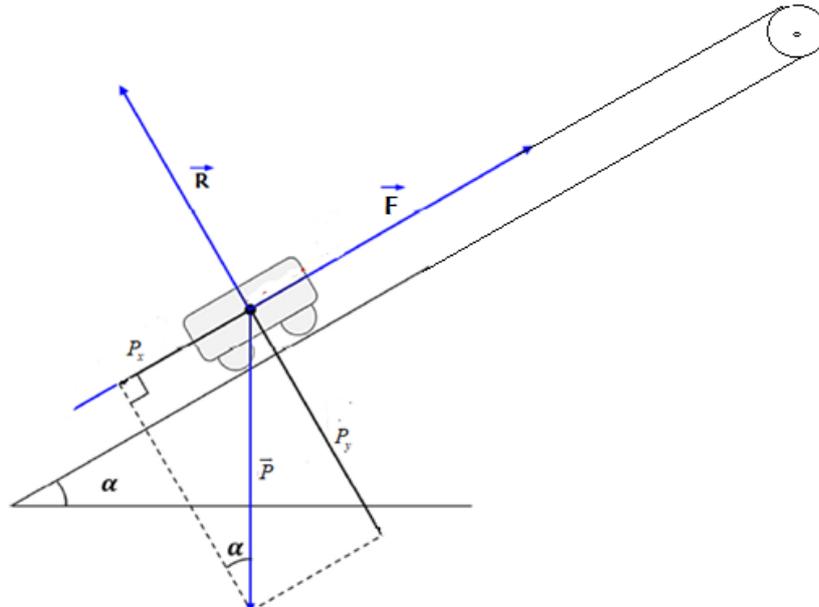
- Déterminer soigneusement le système à étudier ;
- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système.
- Traduire la condition d'équilibre général :  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$  et  $\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0$
- Résoudre les équations découlant de ces conditions. Ceci passant par un choix judicieux d'un système d'axes orthogonaux.

#### 3. Application : quelques machines simples

##### 3.1. Plan incliné sans frottement

Un plan incliné est un dispositif constitué d'un plan surélevé par rapport à l'horizontale d'un angle  $\alpha$  quelconque.

On considère un plan incliné, utilisé pour soulever une charge (s) de masse m. On se propose d'établir l'expression de la force à exercer pour cette opération.



- **Système étudié : solide (s)**
- **Bilan des forces**  $\vec{P}$  : poids de la charge (s)  
 $\vec{F}$  : L'effort à fournir  
 $\vec{R}$  : réaction du plan
- Application des conditions d'équilibre :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0} \quad (1)$$

Projection de (1) dans le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  :

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = -P \sin \alpha \\ P_y = -P \cos \alpha \end{cases} \quad \vec{R} \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases} \quad \vec{F} \begin{cases} F_x = F \\ F_y = 0 \end{cases}$$

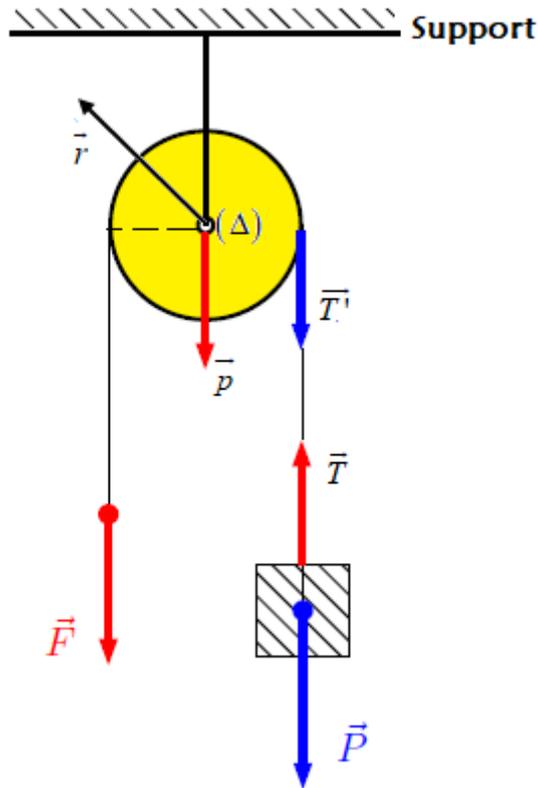
Suivant l'axe  $(x'ox)$ , on a  $F = P \sin \alpha$  formule de réduction de l'effort à fournir .

$$\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[ \Leftrightarrow \sin \alpha < 1 \text{ donc } F < P$$

### 3.2. Poulie simple

Une poulie simple encore appelée fixe ou encore **poulie de levage** est constituée d'une roue en métal, en matière plastique et en bois qui peut tourner autour d'un axe soutenu par une chape, dont la jante, généralement creusée d'une gorge, est destinée à recevoir une courroie, une corde, une chaîne ou un câble.

On considère une poulie simple de rayon R utilisée pour soulever une charge (s) de masse m le câble utilisé est inextensible et on suppose le glissement négligeable. On se propose d'établir la formule de réduction des efforts fournis.



**Système (I)**

\*système étudié : solide (s)

\*bilan des forces

$\vec{P}$  : poids de la charge (s)

$\vec{T}$  : tension du fil

\*Application des conditions d'équilibre.

(s) peut effectuer un mouvement de translation. Equilibre

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow T = P$$

**Système (II)**

\*système étudié : poulie

\*bilan des forces

-  $\vec{T}'$  : tension du fil

-  $\vec{F}$  : effort à fournir

-  $\vec{p}$  : poids de la poulie

-  $\vec{r}$  : réaction de l'axe de rotation de la poulie

\*Application de la condition d'équilibre.

La poulie peut tourner :

Equilibre

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}') + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{r}) = 0$$

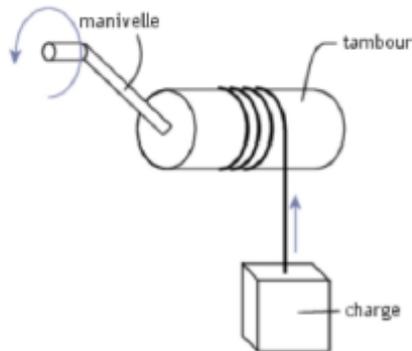
$$M_{\Delta}(\vec{p}) = M_{\Delta}(\vec{r}) = 0$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \times R \qquad M_{\Delta}(\vec{T}') = -T' \times R \quad \Leftrightarrow F = T'$$

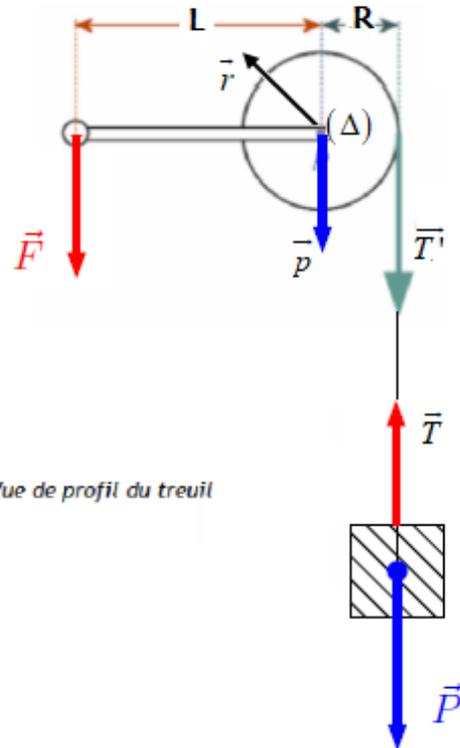
La poulie fixe permet de tirer du haut vers le bas, ce qui est moins épuisant.

### 3.3. Le Treuil simple

Un treuil est constitué d'un tambour sur lequel s'enroule un câble portant la charge et d'une manivelle qui permet de faire tourner le tambour.



Un treuil simple



Vue de profil du treuil

\*système étudié : Treuil (T)

\*Bilan des forces

- $\vec{T}'$  : tension du fil
- $\vec{F}$  : effort à fournir
- $\vec{p}$  : poids du treuil
- $\vec{r}$  : réaction de l'axe de rotation de la poulie

\* Application de la condition d'équilibre :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0 \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}') + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{r}) = 0$$

$$M_{\Delta}(\vec{p}) = M_{\Delta}(\vec{r}) = 0$$

$$M_{\Delta}(\vec{T}') = -T' \times R \qquad M_{\Delta}(\vec{F}) = F \times L$$

$$F \times L = T' \times R \Leftrightarrow F = \frac{R}{L} T' \quad (1)$$

**Système 2 : charge (s)**

\*système étudié : la charge (s)

\*Bilan des forces

- $\vec{p}$  : poids de la charge
- $\vec{T}$  : tension du fil

**\*Application de la condition d'équilibre :**

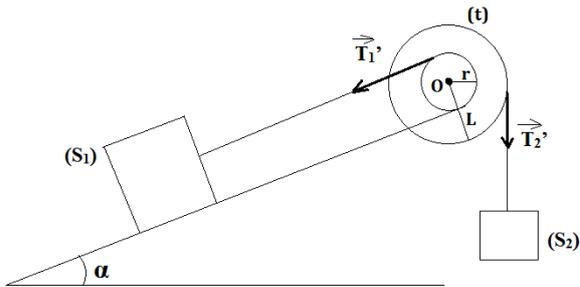
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow T = P \quad (2)$$

Le câble étant inextensible :  $T = T'$

(1) dans (1)  $\Leftrightarrow F = \frac{R}{L} P$  la formule de réduction de l'effort à fournir

$R < L \Leftrightarrow F < P$  On exerce donc peu d'effort

**Exercice d'application : Étude statique d'un système mécanique**



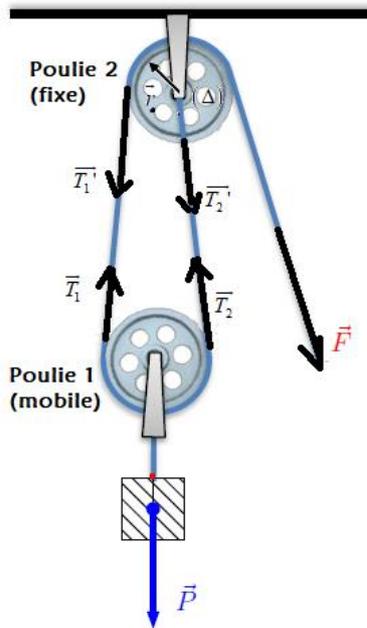
On considère le dispositif mécanique schématisé ci-dessous. Il est constitué d'un treuil de rayon  $r$  et dont, la manivelle a une longueur  $L$  ; de 2 fils inextensibles de masses négligeables ; enfin de 2 solides ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$ . Dans tout l'exercice on négligera les forces de frottements.

1. Soit le solide ( $S_1$ ) :
  - 1.1. Faire le bilan des forces qui s'y exercent.
  - 1.2. Écrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre du solide ( $S_1$ ).
  - 1.3. Projeter la relation vectorielle obtenue ci-dessus dans un repère orthogonal judicieusement choisi.
  - 1.4. Déduire de ce qui précède ; les intensités de la réaction du plan et de la tension du fil en fonction de  $m_1$ ,  $\alpha$  et  $g$ .
2. Soit le treuil (t) :
  - 2.1. Compléter le schéma en représentant la force manquante.
  - 2.2. Énoncer le théorème des moments.
  - 2.3. En appliquant le théorème des moments, déterminer la relation existant entre les intensités des tensions  $T_1$  et  $T_2$ .
3. Soit le solide ( $S_2$ ) :
  - 3.1. Faire le bilan des forces qui s'y exercent.
  - 3.2. Écrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre du solide ( $S_2$ ).
  - 3.3. En déduire l'expression de la masse  $m_2$  en fonction de  $m_1$ ,  $\alpha$ ,  $r$  et  $L$ .
  - 3.4. Calculer numériquement  $m_2$ , sachant que :  
 $m_1 = 150kg ; r = 20cm ; L = 50cm$  et  $\alpha = 30^\circ$

**3.4. Palan à 2 brins (palan simple)**

Un palan est un dispositif constitué d'une ou de plusieurs poulies fixes associées à une ou de plusieurs poulies mobiles. L'ensemble constitué d'une chape et d'une ou de plusieurs poulies est appelé moufle.

Considérons un palan simple, utilisé pour soulever une charge ( $s$ ). on se propose d'établir la formule de réduction de l'effort  $F = f(p)$ . Les poulies sont de masses négligeables.



**\*système étudié : Poulie 1**

**\*bilan des forces :**

- $\vec{p}$  : poids de la charge
- $\vec{T}_1$  : tension du fil (brin 1)
- $\vec{T}_2$  : tension du fil (brin 2)

**\*Application de la condition d'équilibre**

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow -P + T_1 + T_2 = 0 \Leftrightarrow P = T_1 + T_2 \quad (1)$$

$$\text{Transmission sans glissement : } T_1 = T_2 \quad (2) \quad (2) \text{ dans } (1)$$

$$\Leftrightarrow T_1 = T_2 = \frac{P}{2} \quad (3)$$

**\*système étudié : polie 2**

**\*Bilan des forces :**

- $\vec{F}$  : Effort à fournir pour soulever la charge
- $\vec{R}$  : réaction de l'axe de rotation de la poulie 2
- $\vec{T}_1'$  : tension du fil (brin 1)
- $\vec{T}_2'$  : tension du fil (brin 2)

**\*Application de la condition d'équilibre**

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0 \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}_1') + M_{\Delta}(\vec{T}_2') + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

$$\text{Or } M_{\Delta}(\vec{T}_2') = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

$$\text{Avec } \begin{cases} M_{\Delta}(\vec{T}_1') = -T' \times r_2 \\ M_{\Delta}(\vec{F}) = F \times r_2 \end{cases} \Leftrightarrow F = T_1' \quad (4)$$

$$\text{Fil inextensible : } T_1' = T_1 \quad (5)$$

(5) et (3) dans (4)  $\Leftrightarrow F = \frac{P}{2}$  formule de réduction de l'effort.

NB :

- Pour un palan à 4 poulies (4 brins) :  $F = \frac{P}{4}$
- Pour un palan à n poulies (n brins) :  $F = \frac{P}{n}$

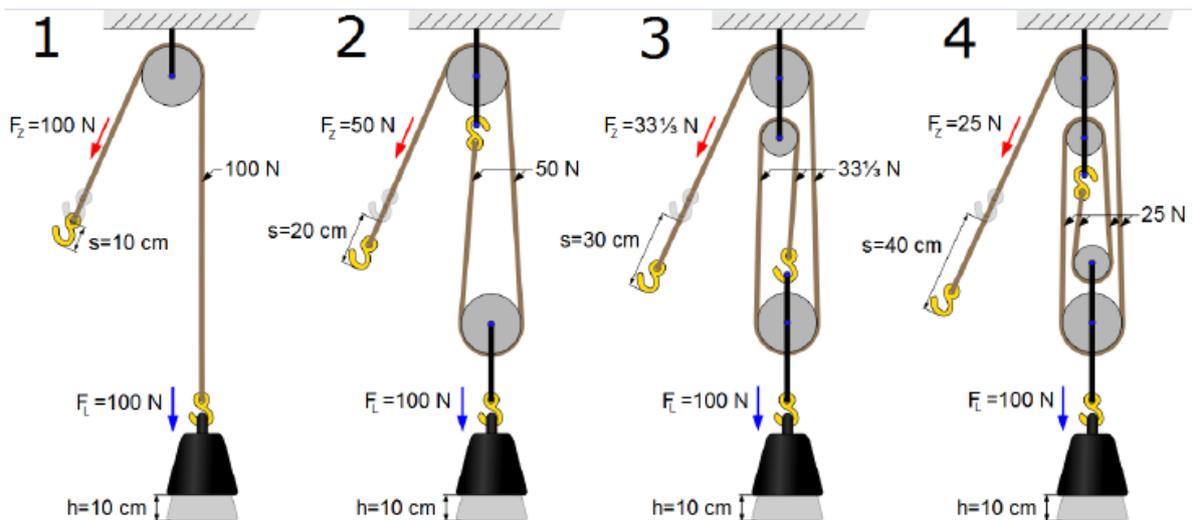
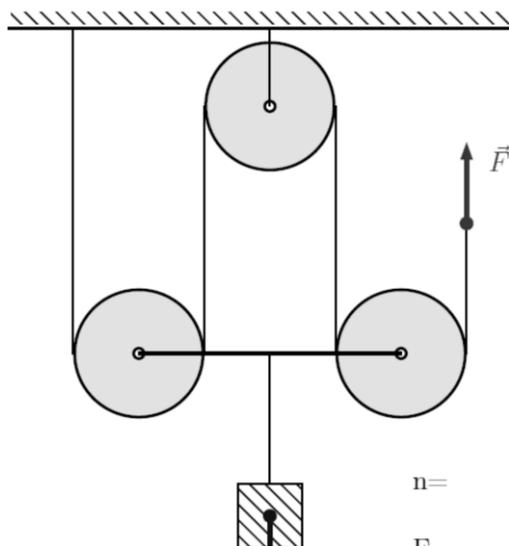


Schéma du palan à 4 poulies (4 brins) :  $F = \frac{P}{4}$

### Exercice d'application: Le palan simple



On constitue un palan à l'aide d'une poulie fixe et de deux poulies mobiles de même diamètre et de masse négligeable. On utilise le palan pour soulever le corps (S).

1. Déterminer :

- Les tensions de chaque brin de fil
- L'intensité de la force  $\vec{F}$  à exercer pour que le système soit en équilibre
- La réaction du crochet au point de fixation du fil.

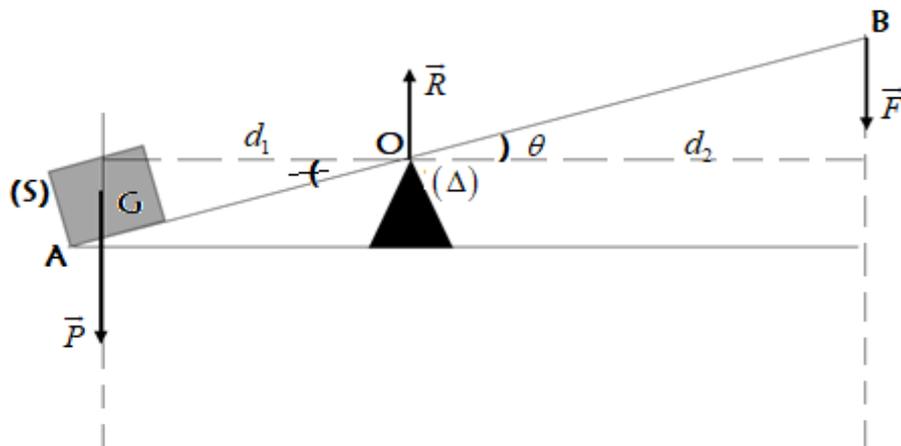
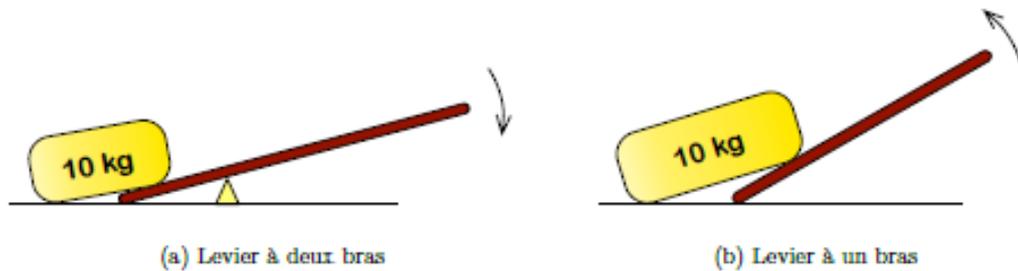
2. on constitue maintenant un palan avec n poulies fixes et n poulies mobiles avec lequel on soulève un objet de masse m. quelle est en fonction de m, g et n l'intensité de la force à exercer pour que le système soit en équilibre ? Quel est l'intérêt d'une telle combinaison ?

### 3.5. Le levier

Le *levier* fut une des premières *machines simples* qu'inventa l'homme. De nos jours, on utilise des leviers qu'on trouve sous des formes très variées : une tige rigide, une planche, un tournevis, un tire-bouchon, une brouette, des tenailles, une paire de ciseaux, . . .

Le levier permet de :

- réduire l'intensité de la force nécessaire pour agir sur un corps ;
- déplacer le point d'application de cette force.



**\*système étudié : le levier**

**\*bilan des forces**

- $\vec{F}$  : Effort à fournir
- $\vec{R}$  : réaction de l'axe de rotation du levier
- $\vec{p}$  : poids de la charge à soulever

**\*Application de la condition d'équilibre :**

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0 \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

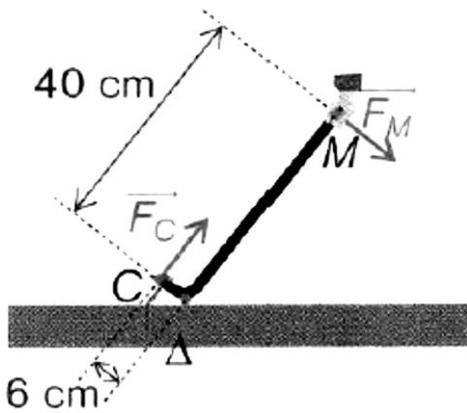
Avec  $M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

$$\text{Or } \begin{cases} M_{\Delta}(\vec{F}) = -F \times d_2 \\ M_{\Delta}(\vec{P}) = -P \times d_1 \end{cases} \quad \text{avec } \begin{cases} d_1 = OA \cos \theta \\ d_2 = OB \cos \theta \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -P \times OA \cos \theta + F \times OB \cos \theta = 0 \Leftrightarrow F = \frac{OA}{OB} \times P$$

$$OA < OB \Leftrightarrow F < P$$

**Exercice d'application : Pied de biche**



Un ouvrier utilise un pied de biche pour arracher un clou.

Au point M, il exerce une force  $\vec{F}_M$  d'intensité 90 N, perpendiculairement au manche du pied de biche.

Le pied de biche exerce une force  $\vec{F}_C$  sur la tête du clou, perpendiculairement au pied de biche.

Le pied de biche pivote autour de l'axe de rotation ( $\Delta$ )

1. Calculez le moment de la force  $\vec{F}_C$  exercée en M par la main de l'ouvrier.
2. Donnez l'expression du théorème des moments.
3. Calculez l'intensité de la force exercée en C sur la tête du clou par le pied de biche.

**Résumé.**

**Résolution de la situation problème 2**

**Travail à faire (TAF).**

SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT III

LA NOTION DE QUANTITE DE MOUVEMENT

Situation de vie 3 :

Moussa et TAMKO jouent aux billes dans une cour horizontale que l'on supposera parfaitement lisse. La bille de MOUSSA lancée à la vitesse  $v_1 = 10 \text{ cm/s}$  rencontre la bille de TAMKO immobile. Les deux billes ont même masse.

Après le choc la bille de MOUSSA rebondit dans une direction qui fait un angle de  $60^\circ$  avec  $\vec{v}_1'$ . La bille de TAMKO quant à elle se met en mouvement avec une vitesse  $\vec{v}_2'$  qui fait avec la direction initiale de  $\vec{v}_1$  un angle de  $30^\circ$ .

- 1) Analyser l'interaction entre les billes de MOUSSA et TAMKO en termes de variation de quantité de mouvement des billes.
- 2) Caractériser les mouvements des billes après l'interaction

SEANCE 1 PRINCIPE DE L'INERTIE-VECTEUR QUANTITE DE MOUVEMENT

O.P.O

- Enoncer et appliquer le principe de l'inertie pour déterminer, soit l'une des forces appliquées à un système, soit la vitesse du centre d'inertie de ce système.
- Définir la quantité de mouvement
- Utiliser le principe de la conservation de la quantité de mouvement pour expliquer le changement ou la constance de la vitesse.

1. Première loi de Newton ou principe de l'inertie

1.1. Quelques définitions

Le point matériel est un point matériel auquel on affecte une masse  $m$ , et dont les dimensions dans le référentielle d'étude.

On appelle **système matériel**, un ensemble de points matériels.

Un **système isolé** est un système qui n'est soumis à aucune force extérieure.

**Exemple : L'univers.**

Un **système pseudo-isolé** est un système dont la somme vectorielle des forces extérieures qui agissent sur lui est égale au vecteur nul.

**Exemple : un livre posé sur une table.**

On appelle **centre d'inertie d'un solide ou centre de masse**, le barycentre des points matériels qui constituent le solide. Le centre d'inertie d'un solide homogène est confondu avec son centre De masse (centre de gravité).

## 1.2. Enoncé du principe de l'inertie

### 1.2.1. Enoncé :

« Lorsque la somme vectorielle des forces appliquées à un système est nulle, son centre d'inertie est :

- Au repos si le système est initialement au repos ;
- Animé d'un mouvement rectiligne uniforme si le système est initialement en mouvement »

Traduction mathématique.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \vec{V} = \vec{0} \\ \vec{V} = \overline{\text{cont}} \end{cases}$$

**Remarque :** On appelle référentiel galiléen, tout référentiel dans lequel, le principe de l'inertie est satisfait.

Exemple : référentiel terrestre ; référentiel héliocentrique ; référentiel géocentrique.

### 1.2.2. Les limites du principe de l'inertie

On montre qu'un mobile se déplaçant à vitesse constante finit toujours par s'arrêter à cause des forces de frottements et de la résistance de l'air. La première loi de Newton n'y rend pas compte.

**Exercice d'application :**

Un solide (s) de masse  $m=50\text{kg}$  se déplace à vitesse constante sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  sur l'horizontale sous l'action d'une force de traction dont la direction fait un angle  $\beta = 20^\circ$  avec la direction du plan incliné.

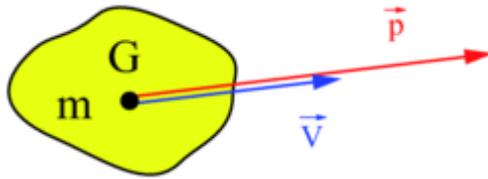
- 1) Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur (s).
- 2) En appliquant la première loi de Newton, déterminer l'intensité de  $\vec{F}$ . On prendra  $g=9,8\text{N/kg}$

## 2. Vecteur quantité de mouvement

### 2.1. Définition

Considérons un solide (s) de masse m, dont le centre d'inertie G est animé d'une vitesse  $\vec{V}_G$ .

On appelle **quantité de mouvement** du solide, notée  $\vec{P}$ , le produit de la masse  $m$  par le vecteur vitesse  $\vec{V}_G$  du centre d'inertie  $G$  du solide.



$$\vec{P} = m\vec{V}_G$$

(Quantité de mouvement : masse en mouvement ou mesure de l'élan que possède un objet).

## 2.2. Caractéristiques de $\vec{P}$

**\*Point d'application :** centre d'inertie  $G$  du solide

**\*Direction et sens :** ceux de  $\vec{V}_G$

**\*intensité :**  $P = mV_G$        $m$  en (kg) ;  $V_G$  en (m/s) ;  $P$  en ( $kg.m.s^{-1}$ )

**Remarque :**

$R_1$  : **Vecteur quantité de mouvement d'un solide en translation**

Pour un solide en translation, tous ses points sont animés d'une même vitesse. Ainsi pour un solide ( $s$ ) de masse  $m$  animé d'une vitesse  $\vec{V}$ , son vecteur quantité de mouvement est :  $\vec{P} = m\vec{V}$

$R_2$  : **Vecteur quantité de mouvement d'un système de plusieurs corps.**

**Soit un système de plusieurs corps** ( $s_1$ ); ( $s_2$ ); ..... ( $s_n$ ), le vecteur quantité de mouvement du système est la somme vectorielle des vecteurs quantité de mouvement des corps qui le constituent :

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \dots + \vec{P}_n = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \dots + m_n\vec{V}_n$$

## 3. Conservation du vecteur quantité de mouvement

### 3.1. Principe de conservation

« **Le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé reste constant au cours de l'évolution du système.** »

Lors d'une collision (choc) il y a conservation de la quantité de mouvement.

La quantité totale de mouvement avant la collision est égale à la quantité totale de mouvement après la collision. Ainsi, sous forme de relation vectorielle :

$$\sum \vec{P}_{avant} = \sum \vec{P}_{après}$$

### 3.2. Notion de collision

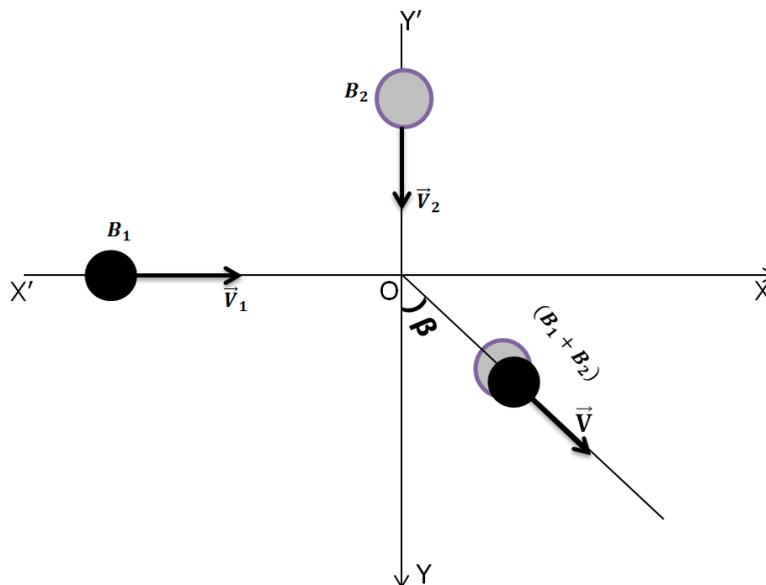
Une collision est un contact violent d'un corps avec un autre. Il existe deux types de collisions.

- Les collisions inélastiques (chocs mous) : les objets restent collés au moment de l'impact et se déplacent comme une entité unique après la collision.
- Les collisions élastiques : les objets prennent des directions différentes ou des vitesses différentes après le contact.

### 3.3. Applications

#### 3.3.1. Collision inélastique

On considère deux billes ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ) de masses respectives  $m_1 = 500g$  et  $m_2 = 300g$  se déplaçant suivant des directions perpendiculaires comme l'indique la figure suivante.



Les billes ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ) sont animés des vitesses  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  respectivement. On donne  $V_1 = 20m / s$

Les billes entrent en collision au point O. Le choc est mou et les deux solides restent accrochés. L'ensemble ( $B_1 + B_2$ ) se déplace avec une vitesse  $\vec{V}$ , dont la direction fait un angle  $\beta = 30^\circ$  avec la verticale descendante. On se propose d'établir l'expression de V.

Ainsi on applique le principe de conservation de la quantité de mouvement.

**Avant le choc :**  $\sum \vec{P}_{avant} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2$

**Après le choc :**  $\sum \vec{P}_{après} = (m_1 + m_2)\vec{V}$

**Système conservatif :**  $\sum \vec{P}_{avant} = \sum \vec{P}_{après} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$

$$\Leftrightarrow m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V} \quad (1)$$

Projection de (1) dans le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  :

$$\vec{V}_1 \begin{vmatrix} V_1 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \vec{V}_2 \begin{vmatrix} 0 \\ -V_2 \end{vmatrix} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} V \sin \beta \\ -V \cos \beta \end{vmatrix}$$

(1) Suivant l'axe  $(x'ox)$  :  $mV_1 = (m_1 + m_2) V \sin \beta$

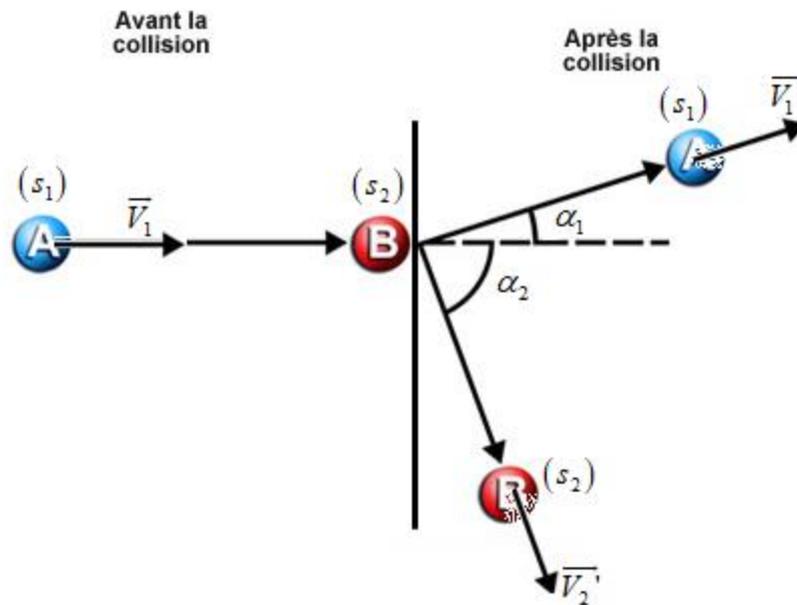
$$\Leftrightarrow V = \frac{m_1}{(m_1 + m_2) \sin \beta} \times V_1 \quad V = \frac{m_1 V_1}{(m_1 + m_2) \sin \beta}$$

Ou suivant  $(y'oy)$  :  $-m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V \cos \beta$

$$V = \frac{m_2 V_2}{(m_1 + m_2) \cos \beta}$$

### 3.4. Collision élastique

Soient deux solides  $(S_1)$  et  $(S_2)$  de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$ . Avant le choc  $(S_1)$  est animé d'une vitesse  $\vec{V}_1$  et  $(S_2)$  est au repos. Après le choc  $(S_1)$  est animé d'une vitesse  $\vec{V}'_1$  dont la direction fait un angle  $\alpha_1$  avec l'horizontale et  $(S_2)$  d'une  $\vec{V}'_2$  dont la direction fait un angle  $\alpha_2$  avec l'horizontale. On se propose de déterminer les vitesses  $V'_1$  et  $V'_2$  après choc.



Avant le choc :  $\sum \vec{P}_{avant} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1 \vec{V}_1$

Après le choc :  $\sum \vec{P}_{après} = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$

Le système est pseudo-isolé :  $\sum \vec{P}_{avant} = \sum \vec{P}_{après} \Leftrightarrow m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2 = m_1 \vec{V}_1$

Projection :

$$\vec{V}_1 \begin{cases} V_1 \\ 0 \end{cases} \quad \vec{V}'_1 \begin{cases} V'_1 \cos \alpha_1 \\ V'_1 \sin \alpha_1 \end{cases} \quad \vec{V}'_2 \begin{cases} V'_2 \cos \alpha_2 \\ -V'_2 \sin \alpha_2 \end{cases}$$

D'où le système d'équations :

$$\begin{cases} m_1 V'_1 \cos \alpha_1 + m_2 V'_2 \cos \alpha_2 = m_1 V_1 \\ m_1 V'_1 \sin \alpha_1 - m_2 V'_2 \sin \alpha_2 = 0 \end{cases}$$

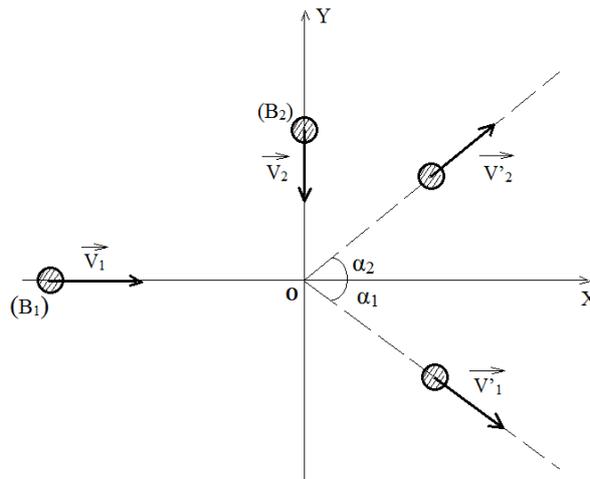
La résolution permet d'obtenir  $V'_1$  et  $V'_2$

### Exercice d'application

#### Exercice 1

On considère deux billes ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ) de masses identiques, se déplaçant suivant des directions perpendiculaires comme l'indique la figure ci-dessous. Les billes entrent en collision au point  $O$ . Le choc est parfaitement élastique, et les directions prises par les billes après le choc font des angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  avec l'horizontal.

Les vecteurs, vitesse des billes ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ), après le choc sont respectivement  $\vec{V}'_1$  et  $\vec{V}'_2$ .



$$\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ \quad \text{et on prendra} \quad \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0.7$$

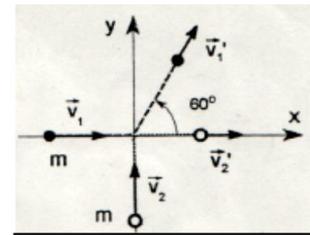
1. Définir système pseudo-isolé.
2. Donner l'expression des vecteurs quantité de mouvement  $\vec{P}$  et  $\vec{P}'$  du système ( $B_1+B_2$ ), avant et après le choc.
3. Ecrire la relation vectorielle traduisant la loi de conservation du vecteur quantité de mouvement. Projeter cette relation dans le repère orthogonal (OXY).
4. Montrer que  $V'_1$  et  $V'_2$  satisfont le système d'équations suivants :

$$\begin{cases} 0.7V'_1 + 0.7V'_2 = V_1 \\ 0.7V'_1 - 0.7V'_2 = V_2 \end{cases}$$

5. Résoudre le système ci-dessus, sachant que :  $V_1=3\text{m/s}$  et  $V_2=2\text{ m/s}$

**Exercice 2**

Deux masses identiques de 1 kg chacune sont lancées perpendiculairement l'une contre l'autre à la vitesse de 2 m/s chacune. Les deux masses rebondissent l'une contre l'autre et sont ainsi déviées, la première de 60° sur sa gauche, et la deuxième de 90° sur sa droite.



- (1) Calculer les vitesses finales  $v'_1$  et  $v'_2$  de chacune des masses après le choc.

**3.3.3. Vitesse de recul d'une arme à feu**

FIGURE

Avant le tire

$$\sum \vec{P}_{avant} = \vec{0}$$

FIGURE

Après le tire

$$\sum \vec{P}_{après} = M\vec{V} + \vec{v}m$$

Soit une arme de masse  $M$ , qui permet de propulser une balle de masse  $m$ . Après le tir l'arme recule avec une vitesse  $\vec{V}$  (lorsqu'elle n'est pas tenue) et la balle est animée d'une vitesse  $\vec{v}$

Le système (arme-balle) est pseudo-isolé :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \vec{0} = M\vec{V} + \vec{v}m$$

$$\vec{V} = -\frac{m}{M}\vec{v} \quad \vec{V} : \text{vitesse de recul de l'arme}$$

$\vec{V}$  et  $\vec{v}$  sont de sens contraires

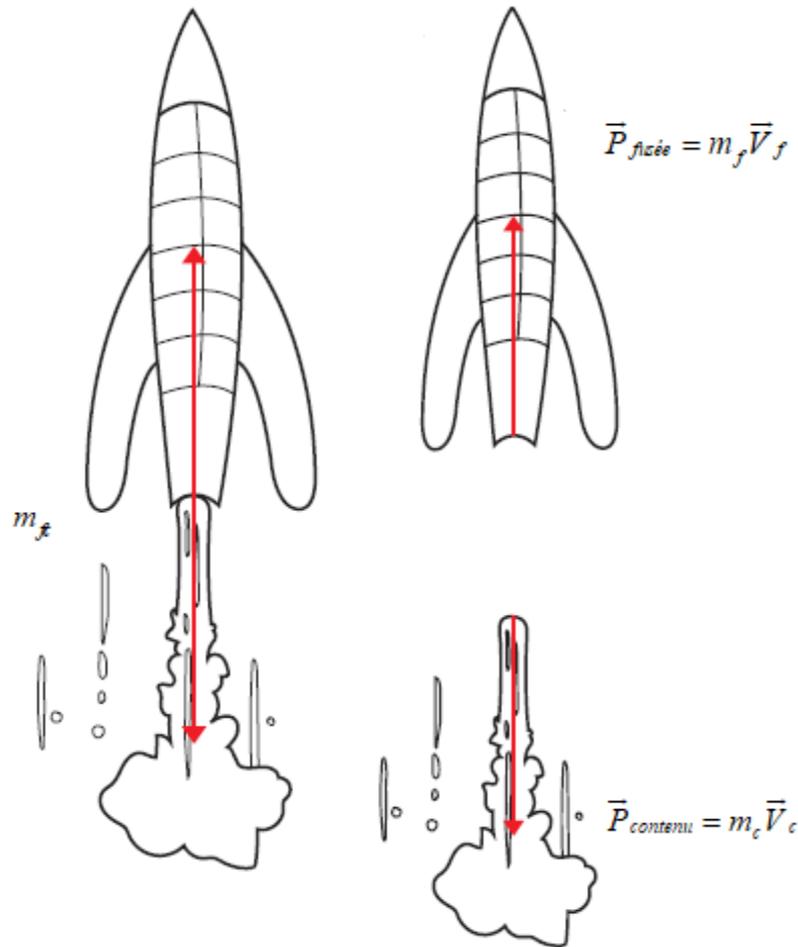
$$V = \frac{m}{M}v$$

Exercice :

Une arme à feu (pistolet) a une masse de 600g. Les projections qu'elle tire ont une masse de 4g et une vitesse de 300m/s à la sortie du canon. Calculer la vitesse de recul de l'arme immédiatement après le tire (si il n'est pas tenu).

**3.3.4. Propulsion à réaction**

La propulsion à réaction est utilisée par les fusées et les avions lors du décollage.



- Système : fusée et son contenu de masse M
- Référentielle : terrestre supposé galiléen.
- Avant le décollage :  $\vec{P}_{avant} = M\vec{V}_0$   
 Le système étant au sol, il est immobile  $\vec{V}_0 = \vec{0}$   
 Soit  $\sum \vec{P}_{avant} = \vec{0}$
- Après le décollage ; le système s'est désolidarisé : les composés chimiques ont été éjectés par la fusée.

$$\text{Ainsi } \sum \vec{P}_{après} = \vec{P}_{fusée} + \vec{P}_{contenu} = m_f \vec{V}_f + m_c \vec{V}_c$$

Système: fusée et son contenu pseudo-isolé.

$$\sum \vec{P}_{avant} = \sum \vec{P}_{après} \Leftrightarrow \vec{0} = m_f \vec{V}_f + m_c \vec{V}_c$$

$$\vec{V}_f = -\frac{m_c}{m_f} \vec{V}_c$$

Ainsi :

- Les vecteurs  $\vec{V}_f$  et  $\vec{V}_c$  sont colinéaires : même direction, mais de sens opposés.

- Plus la masse de la fusée est importante, plus faible est la valeur de  $\vec{V}_f$
  - Plus la masse et la valeur de la vitesse des gaz sont importants, plus la valeur de la vitesse atteinte par la fusée, l'est également.
- Les gaz expulsés par la fusée sont à l'origine de son mouvement : c'est le mode de propulsion par réaction.

### Résumé.

### Résolution de la situation problème 3

### Travail à faire (TAF).

### Exercice 11. Vitesse de recul d'une arme

Un fusil de chasse de masse 3kg tire une balle de masse  $m=80g$  à la vitesse de  $550m.s^{-1}$ . Déterminer les caractéristiques (direction, sens et module) de la vitesse de l'arme.

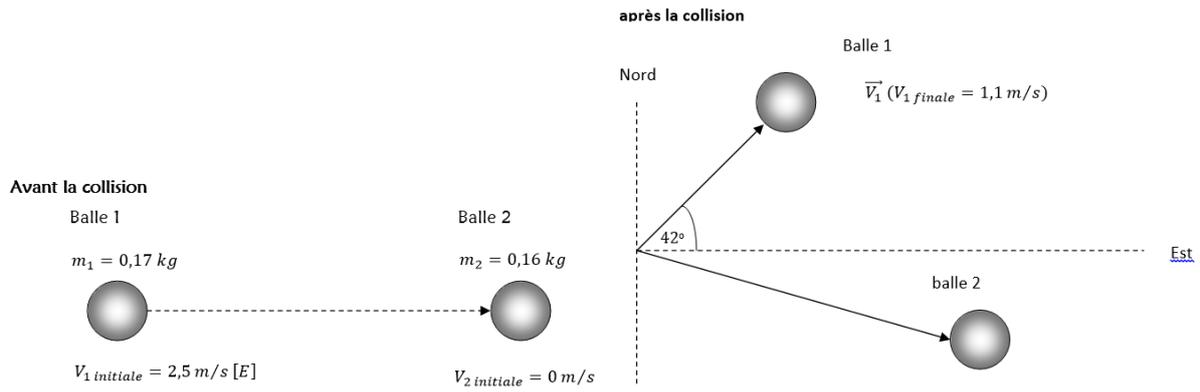
### Activité d'intégration

#### Situation de vie contextualisée



Le Snack-Bar le « LAPERO » a acheté une table de jeu billards.

Lors d'une partie, une balle de billards de 0,17 kg se déplace à une vitesse horizontale de 2,5 m/s de module. Elle entre en collision avec une balle de 0,16 kg qui est au repos. Après la collision, la première balle se déplace à une vitesse vectorielle de 1,1 m/s dont la direction fait un angle  $\alpha_1 = 42^\circ$  avec l'horizontal.



1. Analysez en terme de conservation du vecteur quantité de mouvement l'interaction entre la balle 1 et la balle 2. Vous calculerez la vitesse et la direction de la deuxième balle après la collision (angle  $\alpha_2$ ). **3pts**
2. Analysez la variation de quantité de mouvement de la première balle  $\Delta \vec{P}_1$ , de même que pour la deuxième balle  $\Delta \vec{P}_2$ . Comparez  $\Delta \vec{P}_1$  et  $\Delta \vec{P}_2$ , puis conclure.