COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE DE LA VALLEE
BP: 17353 DOUALA
Tél : 679 757 193/699 551 899
E-mail:cosval0@yahoo.fr

Discipline – Travail – Succès

A /S 2020- 2021

Département de Mathématiques

EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1

EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	DATE	HORAIRE
MATHEMATIQUES	T^{le}D	4	4H	…/12/2020	-

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5pts

Exercice 1 4pts

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 - (3+2i)\,z^2 + (1+4i)z + 1 - 2i = 0$.

1-a) Démontrer que (E) admet une solution réelle et une solution imaginaire pure que l'on déterminera. 0,5pt

b) Résoudre (E). 0,75pt

2) Soient les points A, B et C d'affixes respectives $1, i$ et $2+i$.

a) Déterminer le module et un argument de $Z = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. 0,75pt

b) En déduire la nature du triangle ABC. 0,5pt

3) Déterminer z_G l'affixe du centre de gravité G du triangle ABC. 0,5pt

4) Linéariser : sin^6x et $cos^2x sin^4x$ 1pt

Exercice 2 4pts

Le plan est muni du repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$. On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.
Pour chacune des propositions ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse. 0.5pt× 8

1) Pour tout entier naturel n, $(1+i)^{4n} = (-4)^n$.
2) Pour tout nombre réel $\alpha, 1 + e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha}cos\alpha$.
3) On considère l'équation (E) : $(z-4)(z^2-4z+8)$. Les points dont les affixes sont les solutions de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8.
4) Soit j le nombre complexe défini par : $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. $1 + j + j^2 = 0$.
5) Soient E, F et G trois points d'affixes respectifs $Z_E, Z_F\ et\ Z_G$. Le triangle EFG est rectangle si et seulement si $\frac{Z_F - Z_E}{Z_G - Z_E} = e^{i\frac{\pi}{3}}$
6) Soient M un point du plan d'affixe z. L'ensemble des points du plan tels que : $|\bar{z} - 2 + 3i| = |-z + 5 - i|$ est une droite.
7) Soit n un nombre entier naturel. Si n est un multiple de 3, alors le nombre complexe $\left(1 - i\sqrt{3}\right)^n$ est imaginaire pur.
8) Soit $S_n = sin\frac{\pi}{n} + sin\frac{2\pi}{n} + \cdots + sin\frac{(n-1)\pi}{n}$. $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. En posant $Z_n = cos\frac{\pi}{n} + i\ sin\frac{\pi}{n}$, une expression simplifiée de S_n est $S_n = \frac{1}{tan\frac{\pi}{2n}}$.

Exercice 3 : 4.5pts

On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{1}{3}\,U_n + n - 1$
Soit la suite (V_n) définie, pour tout entier naturel n par $V_n = 4U_n - 6n + 15$
1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique 0.5pt

2) Préciser sa raison et calculer son premier terme V_0. 0.5pt

3) exprimer V_n en fonction de n. 0.25pt

4) Démontrer par récurrence pour tout entier naturel n que : $U_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$. 0.75pt

5) La suite (U_n) est-elle convergente ? 0.5pt

6) Montrer que U_n peut se mettre sous la forme $U_n = t_n + w_n$ où (t_n) est une suite géométrique et (w_n) une suite arithmétique. 0.5pt

7) Calculer $T_n = t_0 + t_1 + \cdots + t_n$ et $W_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$. 1pt

8) En déduire $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$. 0.5pt

Exercice 4 : 3 pts

(U_n) est la suite géométrique définie par son premier terme $U_0 = 4$ et de raison $\frac{1}{2}$. (V_n) est une suite arithmétique de premier terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $r = \frac{\pi}{2}$. Pour tout entier naturel n, on appelle z_n, le nombre complexe de module U_n et dont l'argument est V_n.

1) Exprimer U_n et V_n en fonction de n, déduire z_n 1pt

2) Déterminer les nombres complexes z_0, z_1, z_2 et z_3 1pt

3) Pour tout naturel n, on pose $Z_n = z_0 \times z_1 \times z_2 \times \ldots\ldots\ldots \times z_n$; produit des $(n+1)$ premiers termes de la suite (z_n). Exprimer en fonction de n un argument de Z_n et montrer que si n est impair alors Z_n est un réel 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5pts

A sa mort un père laisse à chacun de ses trois progénitures une parcelle bornée. Avant sa il a rédigé sur un testament comment chacun des trois devrez retrouver les bornes qui délimite sa parcelle. Selon son testament, en considérant les positions des poteaux électriques situer aux points O, I et J comme un repère d'un plan complexe, chacun d'eux : Ainé, Cadet et Benjamin, retrouvera les affixes des points images bornes qui délimitent sa parcelle en résolvant respectivement les équations :

$(E_1) : z^3 + \left(3\sqrt{3} + 5i\right) z^2 + 2\left(-1 + 3i\sqrt{3}\right) z + 8i = 0,$

$(E_2) : z^3 - \left(7 + i\sqrt{3}\right) z^2 + 4\left(5 + i\sqrt{3}\right) z - 32 = 0$ et

$(E_1) : z^3 + 2\left[\left(2 + \sqrt{2}\right) - \left(2 + \sqrt{2}\right) i\right] z^2 - 16i\left(1 + \sqrt{2}\right) z - 32\sqrt{2}(1 + i) = 0$

Tâches à faire :

1) Déterminer la surface de la parcelle de l'Ainé. **1,5pt**

2) Déterminer la surface de la parcelle du Cadet. **1,5pt**

3) Déterminer la surface de la parcelle du Benjamin. **1,5pt**