

MINESEC

DÉLÉGATION RÉGIONALE DE L'OUEST

LYCÉE DE BANDJOUN

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES



ANNÉE SCOLAIRE : 2020 – 2021

CLASSE : TLE D

DURÉE : 4 HEURES

COEFFICIENT : 4

EXAMINATEUR : NGOUABOU PAGUEN ARIELLE

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES :**Exercice 1. (4,5 points)**On considère le polynôme P à variable complexe définie par

$$P(z) = z^3 - (6 + 6i)z^2 + 2iz + 15 - 5i$$

1. Montrer que P admet un imaginaire pure $z_1 = bi$ que l'on déterminera. [0,75 point]
2. Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que

$$P(z) = (z - i)(az^2 + bz + c)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. [0,75 point]
4. A , B et C sont des points du plan complexe d'affixes respectives $\alpha = i$; $\beta = 3 + i$; $\gamma = 3 - i$
 - (a) Calculer le rapport $\frac{\gamma - \beta}{\alpha - \beta}$ et en déduire la nature du triangle ABC [1,25 points]
 - (b) Donner l'écriture complexe de la rotation de centre B qui transforme A en C . [0,5 point]

Exercice 2. (5,5 points)

1. Soit le nombre complexe $z = x + iy$. On considère le nombre complexe $Z = \frac{z+2i}{z-2}$ avec $z \neq 2$.
 - (a) Déterminer $\operatorname{Re}(Z)$ et $\operatorname{Im}(Z)$. [0,75 point]
 - (b) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que Z soit un imaginaire pur. [0,5 point]
 - (c) Déterminer l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que Z soit un réel. [0,5 point]
2. Soit f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ du plan complexe associe le point M' d'affixe z' tels que :

$$\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$$

- (a) Déterminer l'expression de z' en fonction de z . [0,75 point]
- (b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de f . [1,5 points]
- (c) Soit (C) le cercle de centre $A(1;1)$ et de rayon $\sqrt{2}$ et (D) la droite d'équation $2x - 2y - 4 = 0$. Détermine (C') et (D') images respectives de (C) et (D) par f . [1,5 points]

Exercice 3. (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 2$$

1. Dresser le tableau de variation de f . [1 point]
2. Déterminer les images par f de $[-1; 3[$; $]-\infty; -\frac{1}{2}]$ et $\mathbb{R}$. [0,75 point]
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0; 2]$. [0,75 point]
4. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$. [0,5 point]
5. Soit g la restriction de f à $[2; +\infty[$.
 - (a) Montrer que g est une bijection de $[2; +\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera. [0,5 point]
 - (b) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque g^{-1} . [0,5 point]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES :

Une moto placée à un point M se déplace sur une route notée (d) . Marie décide d'étudier son mouvement sur un intervalle de 0 à 4h de temps. L'abscisse de la moto à l'instant t est donnée par

$$f(t) = -t^3 + t^2 + 8t + 1$$

sa vitesse par

$$v(t) = f'(t)$$

et son accélération par

$$a(t) = v'(t) = f''(t)$$

Marie se rappelle que sur un intervalle de temps, le mouvement est accéléré si $v(t) \times a(t) \geq 0$ et retardé si $v(t) \times a(t) \leq 0$.

Tâche 1. (2 points)

Démontrer que l'abscisse de M est nulle à un unique instant $t_0 \in [0; 4]$ (vous préciserez exactement l'intervalle de deux nombres consécutifs où t_0 appartient.)

Tâche 2. (1,5 points)

Déterminer l'abscisse et l'accélération de la moto à l'instant où sa vitesse est maximale.

Tâche 3. (1,5 points)

Déterminer les intervalles sur lesquels le mouvement de la moto est accéléré ou retardé.

Présentation :

[1 point]