



EVALUATION DE MI-TRIMESTRE 1

EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	DATE	HORAIRE
MATHEMATIQUES	T ^{le} D	4	3H	.../11/2020	-

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5pts

Exercice 1 4pts

Soit $(u_n), n \in \mathbb{N}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2+3u_n}{2+u_n} \end{cases}$

- Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 2$. Que peux-tu dire de la suite (u_n) ?
- Etudier les sens de variation de la suite (u_n)
- La suite (u_n) est convergente ou divergente ? justifier.
- Soit $(v_n), n \in \mathbb{N}$, la suite définie par $v_n = \frac{-2+u_n}{1+u_n}$
 - Montrer que pour tout entier naturel $n, v_n \neq 1$
 - Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont-on déterminera la raison et le premier terme.
 - Donner l'expression de v_n en fonction de n .
 - En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- Vérifier la conjecture de la question 3 par calcul.

Exercice 2: 3.5pts

- Le plan complexe est munit d'un repère orthonormé (O, I, J). Les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A = -1 + i, z_B = 2 + i, z_C = -1 - i$
 - Calculer les distances AB, AC et BC 0.75pt
 - En déduire que le triangle ABC est rectangle en A 0.5pt
 - Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. 0.5pt
- Soit z le nombre complexe différent de 1. On pose $Z = \frac{2iz+1}{z-1}$ et on note $z = x + iy$ avec x et y des nombres réels. Soit M un point du plan d'affixe z .
 - Mettre Z sous la forme algébrique. 0.75pt
 - Trouver l'ensemble (E) des points M tels que Z soit un réel. 0.5pt
 - Trouver l'ensemble (F) des points M tels que Z soit imaginaire pur. 0.5pt

Exercice 3 : 4.5 pts

Soit n un entier naturel, démontrer les propositions suivantes par récurrence :

- Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$, $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ 1pt
 - Déduire la valeur de $S = 40^3 + 41^3 \dots + 100^3$ 0.5pt
- Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $2^n > 5(n+1)$ 1pt
- Pour tout entier naturel $k \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{a=1}^k a^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ 1pt
- Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{k=1}^n k \cdot 2^{k-1} = (n-1) \cdot 2^n + 1$ 1pt

Exercice 3 : 4.5 pts

On considère les suites (u_n) et (v_n) et définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et $\begin{cases} u_{n+1} = 0.7u_n + 0.8v_n \\ v_{n+1} = 0.8u_n + 0.7v_n \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1- a) Calculer v_1 , v_2 , u_1 et u_2 1pt
b) Les suites (u_n) et (v_n) sont-elles arithmétiques ? Géométriques ? 0.5pt
2. a) Montrer que la suite (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = u_n + v_n$ est géométrique. 0.5pt
b) En déduire le terme général de (a_n) . 0.5pt
3. a) Montrer que la suite (b_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $b_n = u_n - v_n$ est géométrique. 0.5pt
b) En déduire le terme général de (b_n) . 0.5pt
4. En déduire des questions précédentes les termes généraux de (u_n) et (v_n) . 0.5pt
5. Les suites (u_n) et (v_n) sont-elles convergentes ? 0.5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5pts

Monsieur Nono, nouvellement nommé au ministère du transport au début de l'année 2020 et voulant se rapprocher de son lieu de service, décide de louer un nouvel appartement. Il se rapproche d'un service immobilier qui lui propose deux appartements disponibles dans un même immeuble dont les modalités sont les suivantes :

Appartement 1 : 50000 FCFA par mois et le prix mensuel de l'année suivante augmente chaque année de 4% par rapport au prix mensuel de l'année précédente.

Appartement 2 : 50000 FCFA par mois et le prix mensuel augmente chaque année de 3000 FCFA.

Monsieur Nono possède un tonneau qui contient initialement 100 litres de vin. Chaque jour, son fils retire un litre du contenu du tonneau qu'il remplace par un litre d'eau. Grand collectionneur d'œuvre d'art, M Nono possède un objet précieux qui malheureusement perd 7% de sa valeur par an.

Pour quel montant faut-il en acquérir aujourd'hui afin que sa valeur dans 10 ans soit encore de 12000 francs ?

Tâche 1 : Que vaut cet objet précieux aujourd'hui sachant que sa valeur dans 10 ans sera de 12000 francs ? 1,5pt

Tâche 2 : Combien le tonneau contient-il de vin pur après 100 jours ? 1.5pt

Tâche 3 : Quel est le contrat le plus avantageux s'il désire faire 6 ans en location ? 1,5pt