Lycée Classique et Moderne de Garoua
Département de Mathématiques
B.P. 178

Année Scolaire:2020-2021
évaluation: 1
Classe: Tle D
Durée: 3 h Coefficient: 4

Epreuve de Mathématiques

PATIE A: Evaluation des réssources **15,5pts**

Exercice1 **4pts**

Noter le numero de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne reponse choisie parmi les quatre proposées.

1. Le nombre complexe $(4+3i)^3$ est égal à:
   a) $172+117i$, b) $-44+117i$, c) $-44+171i$ d) $44+177i$ **1pt**

2. Le module du nombre complexe $Z = \frac{(8+8i\sqrt{3})^20}{(1+i)^4}$ est égal à:
   a) 2^{78}, b) 2^{16}, c) 2^{24} d) 2^{82} **1 pt**

3. La somme $S = 1+i+i^2+...+i^{100}$ est égal à:
   a) 0, b) i, c) $1+i$ c) 1 **1 pt**

4. Une racine carrée du nombre complexe $u = 2(1-i\sqrt{3})$ est égal à:
   a) $1-i\sqrt{3}$, b) $\sqrt{3}-i$, c) $-1+i\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}+i$ **1 pt**

Exercice 2 **3,5pts**

On considère le nombre complexe $Z = \sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$.

1. Montrer que $Z^2 = -4\sqrt{3}+4i$. **0,5pt**
2. Déduire le module de Z^2 puis celui de Z. **0,75pt**
3. Determiner un argument de Z^2 puis en déduire celui de Z . **1,25pt**
4. Ecrire Z sous la forme trigonomètrique et en déduire les valeurs exactes de $cos(\frac{5\pi}{12})$ et $sin(\frac{5\pi}{12})$. **1pt**

Exercice 3 **3,5pts**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$. A tout nombre complexe z distinct de 1, on associe le nombre complexe $Z = \frac{1+z}{1-z}$. Soit $M(x,y)$ un point du plan. On pose $z = x+iy$ et $Z = X+iY$.

1. Montrer que $X = \frac{1-x^2-y^2}{(1-x)^2+y^2}$ et $Y = \frac{2y}{(1-x)^2+y^2}$. **1pt**
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que Z est un nombre réel. **0,75pt**

3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que Z est un nombre imaginaire pur. **0,75pt**

4. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $|z+3-2i| = 2$. **1pt**

Exercice4 **4,5pts**

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^3 - (6+4i)z^2 + (8+14i)z - 12i = 0$.

1. Démontrer que l'equation (E) admet une solution réelle que L'on déterminera. **1pt**

2.a) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que $z^3 - (6+4i)z^2 + (8+14i)z - 12i = (z-2)(az^2 + bz + c)$. **0,75pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ léquation $z^2 - (4+4i)z + 6i = 0$. **1pt**

c) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) . **0,5pt**

3.a) On considère les points $A(2); B(1+i); C(3+3i)$. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallèlogramme. **0,75pt**

b) Déterminer l'affixe du point G barycentre du système $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$. **0,5pt**

c) Placer dans le plan complexe muni du repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ les points $A, B, C, DetG$. **1pt**

PARTIE B: Evaluation des compétences **4,5pts**

M. AMADOU possède un champ triangulaire dont le sommet A a pour affixe $1+5i$ et les deux autres sommets sont les solutions de l'équation complexe $z^2 - (2+4\sqrt{2}+2i)z + 4\sqrt{2} + i(2+4\sqrt{2}) = 0$. Il souhaite sécuriser son terrain par un fil barbelé qui coute $225fcfa$ le mètre et dispose de $42000fcfa$. Sa fille AICHA élève en classe de TleD lui dit qu'elle pense que l'angle de sommet A mesure 60°. Son ami M.MBELLA lui propose $1000000fcfa$ pour l'achat de son terrain; M.AMADOU lui dit qu'il peut vendre son terrain à $5000fcfa$ le mètre.

Taches

1. L'argent de M.AMADOU sera-t-il suffisant pour couvrir tout son terrain du fil barbelé? **1,5pt**

2. Sa fille a-t-elle raison? **1,5pt**

3. M.MBELLA peut-il acheter tout le terrain de M.AMADOU? **1,5pt**