

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES				
Contrôle Continu : <b>No2</b>	Année 2020/2021	Classe : T <sup>le</sup> DTi	Coefficient : 4	Durée : 4heures
Examineur : <b>INWO Joseph</b>				

**Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES/15PTS**

**EXERCICE 1 /6pts**

On considère l'application  $p$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  définie par :  $p(z) = z^3 - (2 - 4i)z^2 - (18 + 3i)z - 9 - 45i$  et on donne les points A ; B ; C et D d'affixes respectives  $-3i$  ;  $5 - i$  ;  $-3$  et  $1 + 5i$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$  : unité graphique 1 cm.

- 1) a) Montrer que  $p(z)$  possède une racine réelle ; (0,75pt)  
 b) Justifier que le nombre complexe  $5 + 2i$  est une racine carrée du nombre complexe  $21 + 20i$  ; (0,5pt)  
 c) Déterminer les nombres complexes  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  
 $\forall z \in \mathbb{C}$ , on ait  $p(z) = (z + 3)(az^2 + bz + c)$  (1pt)  
 d) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $p(z) = 0$  ; (0,75pt)
- 2) a) Placer les points A ; B ; C et D dans le repère ci-dessus ; (1pt)  
 b) Donner l'écriture exponentielle du nombre complexe  $\frac{z_D}{z_B}$  ; puis en déduire la nature de la figure OBD ; (1pt)  
 c) Donner l'écriture algébrique du nombre complexe  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} \div \frac{z_A - z_D}{z_C - z_D}$  ; puis justifier que les points A ; B ; C et D ne peuvent appartenir à un même cercle. (1pt)

**EXERCICE 2 /4pts**

1. On considère la suite numérique  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $0 < V_0 < 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $V_{n+1} = \sqrt{0,5V_n + 0,5}$  ;  
 a) Indiquer les trois premiers termes de cette suite ; (1,5pt)  
 b) Montrer par récurrence sur  $n$  que :  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < V_n < 1$  ; (0,75pt)
2. On donne les sommes  $S_1 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1)$  et  $S_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + (2n - 2)$  ;  
 a) Ecrire  $S_1$  et  $S_2$  avec le symbole  $\Sigma$  ; (1pt)  
 b) Montrer par récurrence sur  $n$  que :  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + (2n - 2) = n(n - 1)$ . (0,75pt)

**EXERCICE 3 /5pts**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ . On considère les fonctions numériques suivantes :  $f : x \mapsto 2 + \frac{4x + 5}{x^3 - 1}$  et  $g : x \mapsto -8x^3 - 15x^2 - 4$ .

1. a) Vérifier que  $g(-2) = 0$  et factoriser  $g(x)$  ; (0,5pt)

- b) Dresser le tableau de signe de  $g$  ; (0,5pt)
2. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition ; (1pt)
3. Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$  ;  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3 - 1)^2}$  ; (0,5pt)
4. Dresser le tableau de variation de  $f$  ; (0,75pt)
5. a) Justifier que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $] -1 ; -0,5[$  ; (0,5pt)
- b) En déduire une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près et le signe de  $f(x)$  ; (0,5pt)
6. Etudier les branches infinies de la courbe  $(C_f)$  de  $f$  ; (0,75pt)
7. Tracer la courbe  $(C_f)$  dans le repère ci-haut mentionné ; (1pt)

### Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES /5pts

L'entreprise **HILMA** créée pour le recensement de la population Camerounaise est ouverte de lundi à Vendredi. Le salaire journalier des ouvriers est 2000 FCFA ; celui des techniciens de 2500 FCFA et celui des cadres de 5000 FCFA pour un salaire journalier moyen de 2450 FCFA. La masse salariale journalière de cette entreprise s'élevait à 122500 FCFA, mais pour des raisons économiques dues à la crise sanitaire de la Covid-19, la direction a réduit cette masse salariale journalière à 95000 FCFA. Cette diminution se répartie comme suit : une baisse de 25% sur le salaire journalier des ouvriers, de 20% sur le salaire journalier des techniciens et de 20% sur le salaire journalier des cadres.

Cette entreprise a constaté qu'au 1<sup>er</sup> janvier 1992, la ville de **Catakaré** possédait 20000 habitants et à partir de cette année 1992, la population de cette ville augmente de 5% par an.

Le T-shirt de travail de cette entreprise était étiqueté dans un magasin à 45000 FCFA ; mais a subi une baisse de  $a\%$  et tout travailleur à **HILMA** bénéficiant d'une remise de  $(a-5)\%$  sur le nouveau prix peut enfin payer ce T-shirt à 30600 FCFA.

**Tâche 1** : Quel est l'effectif total de chaque catégorie de travailleur de l'entreprise **HILMA** ? 1,5pt

**Tâche 2** : Quelle sera la population de la ville de **Catakaré** au 1<sup>er</sup> janvier 2021 ? 1,5pt

**Tâche 3** : Quelles sont les valeurs possibles de  $a$  ? 1,5pt

*Présentation : 0,5pt*

*« La réussite, c'est au bout de l'effort! »*