MINESEC
LYCEE BILINGUE DE BAMESSO
Département de Mathématiques

Année Scolaire 2021-2022
Classe : Tle D
Durée : 04h00min , Coefficient : 4

ÉVALUATION INTERMEDIARE N°2 DU TRIMESTRE 1
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Partie A- Évaluation des Ressources 15,5 points

Exercice 1 : 4 points

On considère l'équation $(E) : z^3 - 9z^2 + (22+12i)z - 12 - 36i = 0$

1. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_1 et une solution réelle z_2. **1 pt**

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) **0,75 pt**

3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3$; $z_B = 2i$ et $z_C = 6 - 2i$.

a- Placer les points A , B et C dans le repère. **0,75 pt**

b- Montrer que $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est réel. Que peut-on déduire ? **0,75 pt**

4. Linéariser $cos^3 2x$ **0,75 pt**

Exercice 2 : 3 points

1. Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{4x^2+3x+1} + 2x)$. **0,5 pt**

2. Étudier les branches infinies des courbes des fonctions suivantes :

$f_1(x) = \dfrac{x^4+2}{2x^2+5}$; $f_2(x) = \sqrt{2x+4} - 1$ **0,75 pt + 0,5 pt**

3. h est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 - 4x + 5$.

a) Justifier que h est continue sur $[-2; 3]$. **0,25 pt**

b)Montrer que l'équation $h(x) = 8$ admet au moins une solution dans $[-2; 3]$ **1 pt**

Exercice 3 : 5 points

Soit f et g deux fonctions numériques d'une variable réelle définies respectivement par :

$f(x) = \dfrac{2x^3+3}{x^2-1}$; $g(x) = x^3 - 3x - 3$;

1. Étudier les variations de g. **0,75 pt**

2. En-déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$ que l'on note α. **0,5 pt**

3. Montrer que $2,10 < \alpha < 2,11$ et que $f(\alpha) = \dfrac{6\alpha+9}{\alpha^2-1}$ **0,75 pt**

4. Déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

5. Montrer que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f, $f'(x) = \dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$. **0,5 pt**

6. En-déduire les variations de f. **0,5 pt**

7. Montrer que la courbe représentative de f admet trois asymptotes dont on précisera les équations. **1 pt**

8. Dresser le tableau de variations de f. **0,5 pt**

Exercice 4 : **3,5 points**

On donne les nombres complexes $z_1 = 2 - 2i$ et $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Déterminer le module et un argument des nombres complexe z_1 et z_2. **1 pt**

2. a) Écrire Z sous la forme algébrique. **0,5 pt**

b) Écrire Z sous la forme trigonométrique. **1 pt**

c) En-déduire la valeur exacte de $cos\frac{5\pi}{12}$ et de $sin\frac{5\pi}{12}$. **0,5 pt**

3. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz - 2 + 2i| = 4$. **0,5 pt**

Partie B- Évaluation des Compétences 4,5 points

Le plan est muni d'un repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité 10 mètres et $\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes tels que $i^2 = -1$. et z un nombre complexe sous sa forme algèbrique $z = x + iy$.

TELLA possède 2 terrains agricoles dont il aimerait les clôturer afin de les protéger des animaux sauvages à l'aide des fils barbelés vendus à 900FCFA le mètre.

Le terrain 1 est un rectangle dont les dimensions x et y sont tels que $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\overline{z} = 4 - 8i$.
Le terrain 2 est déminité par l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan complexes tels que $|z - 4 + 2i| = 3$.

Pour cultiver ses sur ses terrains, TELLA utilise une machine fabriquée par une entreprise E. Cette entreprise peut produire en un mois entre 0 et 50 machines. Le bénéfice mensuel de cette entreprise exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction b, définie pour t machines fabriquées par

$b(t) = t^3 - 96t^2 + 2484t - 10000$.

Tâches :

1. Calculer le coût de la clôture pour le terrain 1. **1,5 pt**

2. Calculer le coût de la clôture pour le terrain 2. **1,5 pt**

3. Calculer le bénéfice maximal mensuel de l'entreprise E . **1,5 pt**

Présentation :0,5pt