INSTITUT DES TECHNIQUES DES SCIENCES ET DES ENSEIGNEMENTS (ITSE)
BP : 5134 Yaoundé-Mendong
Tel : 222 31 83 48 / 677877015 / 699 78 48 35
EmailINSTITUT : itsesitse@yahoo.fr

Classe (s) : TD **Durée : 4H** **Examinateur: M NOAH**

EPREUVE HARMONISEE DE MATHEMATIQUES(NOVE2020)

COMPTENCES VISEES : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de la vie ou interviennent les fonctions d'une variable réelle.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5points)

EXERCICE 1 : *(5points)*

On donne les nombres complexes : A = $5\sqrt{2}(1+i)$ et B = $-5\left(1+i\sqrt{3}\right)$

1- déterminer le module et un argument des nombres complexes : $A, B, \bar{A}$ et $\frac{1}{A}$ (2pts)

2- Soit Z le nombre complexe tel que : $AZ = B$; écrire Z sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique (2pts)

3-En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{13\pi}{12}$ et de $\sin\frac{13\pi}{12}$ (1pt)

EXERCICE2 (2 points)

1. Pour tout nombre complexe $z \neq 2 - \mathrm{i}$, on pose $Z' = \dfrac{z+1-2\mathrm{i}}{z-2+\mathrm{i}}$. On pose aussi $z = x + \mathrm{i}y$ et $Z' = x' + \mathrm{i}y'$.

   a) Exprimer x' et y' en fonction de x et de y. **[1pt]**

   b) Déterminer l'ensemble (Γ_1) des points $M(x;y)$ du plan tels que $Z' \in \mathbb{R}$. **[0.5pt]**

   c) Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points $M(x;y)$ du plan tels que Z' soit imaginaire pur. **[0.5pt]**

EXERCICE3 (6points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 2$.

1. Dresser le tableau de variations de f.
2. Déterminer les images par f de $[-1;3[$; $[2;+\infty[$, $\mathbb{R}$
3. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{7}{4}$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.

4.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0;2]$.

b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de la solution de cette équation qui est dans $[0;2]$.

5. Soit g la restriction de f à $]-\infty;-\frac{1}{2}[$.
   Montrer que g est une bijection de $]-\infty;-\frac{1}{2}[$ vers un intervalle J que l'on précisera. Puis, dresser le tableau de variation de la bijection réciproque g^{-1}.

EXERCICE4 (2 ,5points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \sqrt{1+x}$ et $a \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Déterminer les dérivées première et seconde de g sur $[0; +\infty[$.
2. Vérifier que $\forall x \in [0; a]$, $\frac{1}{2\sqrt{1+a}} \leq g'(x) \leq \frac{1}{2}$.
3. En appliquant l'inégalité des accroissements finis à la fonction g sur $[0; a]$; démontrer que : $1 + \frac{a}{2\sqrt{1+a}} \leq \sqrt{1+a} \leq 1 + \frac{a}{2}$.

PARTIE A EVALUATION DES COMPETENCES (4 ,5points)

Monsieur Talla possède une agence de déménagement chaque jour lorsqu'il associe le nombre de manœuvre à la somme à payer pour un déménagement, il obtient la fonction $f(x) = 4000\left(\frac{x^2+5x+4}{x}\right)$ qui représente le coût d'un déménagement avec x le nombre de manœuvre. Il souhaite savoir le nombre de manœuvre qu'il lui faut pour que la somme à payer soit minimale. Aide-le.

1. Quel est l'intervalle sur laquelle la fonction g est positive?
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x la fonction g est minimale? donner le nombre dérivé de x en ce point et étudier la dérivabilité de g en -1
3. Déterminer le nombre de manœuvre pour lequel le coût d'un déménagement est minimal