



DEUXIEME DEVOIR SURVEILLE

DATE	CLASSE	EPREUVE	COEFFICIENT	DUREE
26/11/2020	T ^{LE} D	Mathématiques	04	4Heures

INTITULE DE LA COMPETENCE : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les suites numériques, statistiques et systèmes linéaires.

Partie A : évaluation des ressources

15 points

EXERCICE 1 03,5points

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrer que $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$ et dresser le tableau de variation de g . 1,5pt

2- En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$. 0,5pt

3- Démontrer que pour tout $x \in [1; 2]$; on a : $\frac{\sqrt{2}}{4} \leq g'(x) \leq \frac{11}{2}$. 0,75pt

4- En déduire à l'aide des inégalités des accroissements finis que : 0,75pt

pour tout $x \in [1; 2]$, $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \leq g(x) \leq \frac{11}{2}(x-1) + 3$

EXERCICE 2 03,5points

Dans cet exercice, $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes et $|Z|$ le module de Z .

On Considère le polynôme suivant : $P(z) = z^3 - 3(2+i)z^2 + 3(3+5i)z - 22i + 6$.

1. Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une unique solution imaginaire pure que l'on notera z_0 . 0,75pt

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^2 - (6+i)z + 11 + 3i = 0$. 1pt

3. a. Montrer que $P(z) = [z^2 - (6+i)z + 11 + 3i][z - 2i]$. 0,5pt

b. Déduire dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, les solutions de l'équation $P(z) = 0$. 0,75pt

c. Mettre $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. 0,5pt

EXERCICE 3 03,5points

I-Calculer les limites des fonctions suivantes :

2pt

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3} - 5x \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \quad 3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{3x - \pi} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1}$$

II-Déterminer les branches infinies à la courbe des fonctions suivantes :

1,5pt

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-x}{3x}; \quad h(x) = \sqrt{x^2+3x+4} - x$$

EXERCICE 4 04,5points

Soit f la fonction définie de $D =]1, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$.

1) Montrer que la dérivée de f sur D est $f'(x) = -(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}})$ 0,5pt

2) En déduire les variations de f , puis dresser son tableau des variations. 1pt

3) Déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique α solution dans l'intervalle $]1, 2]$. 0,5pt

4) a- Montrer que f est une bijection de D dans $\mathbb{R}$ puis justifier que f^{-1} est dérivable sur $\mathbb{R}$. 0,5pt

b- Calculer $f^{-1}(-1)$ et $(f^{-1})'(-1)$. 1pt

5) Soit $g:]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tel que $h(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$. On admet que $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$

a) Montrer que pour tout $x \in [1, 2]$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$. 0,5pt

b) Déduire que pour tout $x \in [1,2]$, $|h(x) - a| \leq \frac{1}{2}|x - a|$. 0,5pt

Partie B :   valuation des compétences

4,5points

Situation

La population d  une région est de l  ordre 5 millions d  habitants. Le taux d  accroissement moyen de cette population est de 1,6% par an. On a relevé la taille de 40 athlètes devant représenter cette région aux jeux olympique    Londres. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Taille (cm)	157	162	167	172	177	182
Effectif	3	8	10	10	7	2

Les athlètes les plus performants sont ceux qui ont la taille médiane et l   cart type inférieur    5 cm. Pour leur seul repas lourd, leur cuisinière a acheté 41 400 F pour un mélange de 30 kg de viande sans os et de viande avec os .Un kilogramme de viande sans os coute 1 500F et un kilogramme de viande avec os coute 1 300F.

Tâches :

1 Dans combien d  ann  es la population de cette région aura-t-elle doubl  e ? 1,5pt

2-Les athlètes de cette région sont-ils performants ? 1,5pt

3-Calculer le nombre de kilogramme de viande de chaque espèce. 1,5pt

Présentation : 0,5pt