

5ème EVALUATION DE MATHÉMATIQUES

Exercice I le Plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I ; J)

I/ Le tableau de variation suivant est celui de la fonction numérique f . On désignera par (C_f) sa courbe représentative de f . Le point $B(-2; -3) \in (C_f)$.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

- Donner l'ensemble de définition de f ainsi que les limites aux bornes de cet ensemble. **0,75pt**
- Déterminer les réels, suivant : $f(0)$, $f(4)$, $f(-2)$ et $f'(4)$. **0,5pt**
- Donner le sens de variation de f . **0,5pt**
- Ranger dans l'ordre croissant $f'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(0)$. **0,5pt**
- Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$. **0,5pt**
- On pose $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}$ où a, b, c et d sont des nombres réels.
 - Justifier que $d = -2$ et $c = 4$. **0,5pt**
 - En déduire a et b . **0,5pt**
- On admet que la droite $(D): y = x$ est asymptote à (C_f) . Construire (C_f) . Et toutes ses asymptotes **1 pt**
- Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe des solutions éventuelles de l'équation $f(x) = m$. **1,25pt**

II/ On donne $g(x) = \frac{x^2+3x-4}{2x-2}$ $h(x) = \sqrt{x-2} + 1$

- Montrer que g est prolongeable par continuité en $x_0 = 1$ puis définir son prolongement noter j . **1pt**
- Montrer que h est une bijection de $[2; +\infty[$ vers $[1; +\infty[$ puis définir h^{-1} . **0,75pt**
- Justifier que $g \circ h(1)$ n'existe pas. **0,25pt**

Exercice 2 Soit x un réel. On rappelle que $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ et que $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

1. En déduire que si $\tan x$ existe, $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$. 1 pt
2. On donne $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ et on pose $a = \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
 - a. Justifier que $a^2 + 2a - 1 = 0$. 0,5 pt
 - b. Résoudre l'équation $a^2 + 2a - 1 = 0$ et en déduire $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. 1 pt
3. On donne $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$. Calculer $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 1 pt

Exercice 3 Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. I est milieu de $[AC]$.

$G = \text{bar}\{(A, 1), (B, 2), (C, 1)\}$. (E) est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 28$.

1. Justifier que G, I et B sont alignés. 0,5pt
2. Montrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = MI^2 - 36$. 0,75pt
3. En déduire (E) et le construire. 1pt
4. On munit le plan d'un repère orthonormé tel que $A(1; -1)$, $B(6; -1)$ et $C(1; 11)$.
 - a. Donner les coordonnées des points I et G . 1pt
 - b. Donner une équation cartésienne du cercle de centre I et de rayon 8cm . 0,75pt

ACTIVITES D'INTEGRATION :

Résoudre une situation problème, développer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les systèmes linéaires d'équations et les barycentre

Des hommes d'affaire font une partie de chasse aux buffles, autruches et oies. A leur retour, on compte 37 têtes et 104 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit une somme de 83 000 *Frs* à raison de 3000 *Frs* par buffle, 1500 *Frs* par autruche et 2000 *Frs* par oie. NB : une oie a 2 pattes, une autruche 2 pattes et un buffle 4 pattes. Monsieur ABDOU achète deux oies qui pèsent 6kg et 10kg, il attache les deux aux extrémités d'une tige en bois de longueur 5m dont on néglige la masse. Il souhaite transporter ces deux oies en plaçant horizontalement la tige à son épaule.

1. Donner le nombre de buffles, le nombre d'autruches et celui d'oies ramenés. 1,5pt
2. Donner à quelles distances de chaque extrémité la tige de Monsieur ABDOU sera placée à l'épaule pour qu'il y ait équilibre lors du transport. 1,5pt
3. L'ami de Monsieur ABDOU achète 3 oies dont deux de 6kg chacune et une de 10kg. Il veut transporter ces animaux par le même moyen mais avec une tige de 8m. il accroche les deux oies de 6kg à une même extrémité et celle de 10kg à l'autre extrémité. Donner les distances entre son épaule et chacune des extrémités de la tige lors du transport pour que l'ensemble soit en équilibre. 1,5pt