

EVALUATION DE MATHEMATIQUES N° 1

NB Le sujet comporte deux parties obligatoires sur 20 points. Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et de la cohérence dans les idées. Justifier toutes vos affirmations.

Partie A : Evaluations des ressources 13.5pts

Exercice 1 : [4.5pts]

I. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$3\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - \frac{5x-5}{x} + 2 = 0.$$

1pt

II. On considère l'équation (E) : $x^2 - (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} = 0$

1. Sans calculer le discriminant, justifier que (E) admet 2 solutions distinctes x_1 et x_2 .

0.25pt

2. Sans calculer x_1 et x_2 , calculer $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ et $B = (x_1)^2 + (x_2)^2$

1pt

3. a. Calculer $(\sqrt{2} + 1)^2$

0.25pt

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).

0.5pt

c. En déduire les solutions du système
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \end{cases}$$

0.75pt

Exercice 2 : [4.5pts]

I. 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) :
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 4x + 2y + z = -24 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

1.5pt

2) Soit $R(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$. On suppose que R admet deux racines -1 et 2 et que la courbe de R passe par le point C(1,2).

Montrer que les réels a, b et c sont solutions du système (S) ci-dessus et en déduire les valeurs de a, b et c.

1pt

3) a) Montrer que $R(x) = (x-2)(3x^2 - x - 4)$

0.5pt

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $R(x) \leq 0$

0.75pt

II. Soit $P(x) = mx^2 + px + q$. Ci-dessous est donné le tableau de signe de $P(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	1	$+\infty$	
P(x)	+	0	-	0	+

Donner le signe :

a. du discriminant

0.25pt

b. de m

0.25pt

c. de $p(-2)$

0.25pt

Exercice 3_[5.5pts]

1. Résoudre dans IR chacune des équations et inéquations suivantes :
 $\sqrt{x^2 + x - 2} = x - 4$; $\sqrt{x^2 + 2x - 2} < x - 2$,
 $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} \geq x - 1$ 3pts
2. On considère le polynôme p défini par $p(x) = x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1$
 - i. Déterminer pour quelles valeurs de m , p admet deux racines positives 1,25pt
 - ii. Déterminer pour quelles valeurs de m , p admet deux racines a et d tels que $a^2 + d^2 = 29$ 1,25pt

Partie B : Evaluation des compétences [4.5pts]

Situation

Un parc privé d'aire 750m^2 a la forme d'un triangle rectangle dont le plus grand côté mesure 65m . Pour sécuriser ce parc, le propriétaire a pour projet de l'entourer par 3 rangées de fil barbelé qui se vend à 1200F le mètre. Il dispose pour cela d'un budget de 50000FCFA . Dans ce parc cohabitent exclusivement des rhinocéros, des taureaux et des oies tous normaux. On y dénombre 300 pattes, 100 têtes et 65 cornes.

Un groupe d'élève décide d'aller faire une excursion dans ce parc. Ils doivent mobiliser une somme de 30000FCFA à parts égales pour la location d'un bus, mais le jour du voyage 3 élèves s'ajoutent et la part que chacun doit cotiser baisse de 500FCFA .

- | | |
|--|-------|
| Tâche1 : Le budget prévu est-il suffisant pour sécuriser le parc ? | 1,5pt |
| Tâche2 : Déterminer le nombre d'animaux dans ce parc | 1,5pt |
| Tâche3 : Déterminer le nombre d'élèves qu'il y'avait au départ | 1,5pt |

Présentation : 1pt