COLLÈGE François-Xavier VOGT
B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28
e-mail : collegevogt@yahoo.fr

Année scolaire 2022-2023

Classe : PC

MINI SESSION NOVEMBRE 2022

EPREUVE DE MATHEMATIQUES — Durée : 3H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,50 POINTS)

EXERCICE 1 : (03,50 POINTS)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I) et dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) :
   (S): $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$ $\qquad (I): x+1 \leq \sqrt{x^2-3x-4}.$ **2pts**
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ on considère le cercle de $(\mathcal{C}): x^2+y^2+ax+by+c=0$, Déterminer les caractéristiques de $(\mathcal{C})$ sachant qu'il passe par les points $A(2;4)$ $B(-2;2)$ et $C(2;\ -2)$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : (03,25 POINTS)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$. $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O, et de rayon 2. A est le point de coordonnées $(2;0)$ et B le point de $(\mathcal{C})$ tel que $mes\left(\vec{\imath};\ \overrightarrow{OB}\right)=\frac{3\pi}{4}$. On note P le milieu du segment $[AB]$.

1. Démontrer que P à pour coordonnées $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **0,5pt**
2. Démontrer que P est un point du cercle de centre O et rayon $\sqrt{2-\sqrt{2}}$. **0,5pt**
3. Quelle est la mesure principale de l'angle $\left(\vec{\imath};\ \overrightarrow{OP}\right)$? **0,25pt**
4. En déduire que P à pour coordonnées $\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos\frac{3\pi}{8};\ \sqrt{2-\sqrt{2}}\sin\frac{3\pi}{8}\right)$. **0,5pt**
5. Déduire que $\cos\frac{3\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin\frac{3\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. **0,5pt**
6. Résoudre dans $[0;2\pi[$, l'équation $\sqrt{2+\sqrt{2}}\sin x-\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos x=\sqrt{2}$. 1pt

EXERCICE 3 : (05,25 POINTS)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation **(E)**, puis placer sur le cercle trigonométrique les images solutions.
   $(\boldsymbol{E})$: $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$. **1pt**
2. Résoudre dans $]-\pi;\ \pi[$ l'inéquation : $\cos 2x-11\cos x+6>0$. **1pt**
3. Soit ABC un triangle.
   a) Montrer que : $\sin B+\sin C=2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}$; $\cos B+\cos C=2\cos\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}$ et $\sin A=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$ **1,5pt**
   b) En déduire que $\tan\frac{B+C}{2}=\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$. **0,5pt**
   c) En déduire la nature des triangles ABC tels que : $\sin A=\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$. **0,5pt**
4. Soit x différent de $\frac{\pi}{2}+k\pi; k\in\mathbb{Z}$.
   a) Montrer que $\tan 2x=\frac{2\tan x}{1-tan^2 x}$. **0,5pt**
   b) En déduire l'ensemble des réels x tels que $\tan x=2-\sqrt{3}$. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (03,50 POINTS)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$, on considère l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan défini par $(\mathcal{C}_m): x^2+y^2+(m-6)x-(m+2)y+6=0$. Où m est un paramètre appartenant à $\mathbb{R}$.

1. Montrer que $(\mathcal{C}_m)$ est un cercle quel que soit la valeur de m. **1pt**

2. Quel est l'ensemble décrit par les centres de $(\mathcal{C}_m)$ quand m décrit $\mathbb{R}$? **0,5pt**

3. Montrer que, quel que soit m, $(\mathcal{C}_m)$ passe par deux points fixes A, B que l'on déterminera. **1pt**

4. Soit $P(1;1), Q(3;3)$ deux points du plan. Former l'équation du cercle de diamètre $[PQ]$. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle $(\mathcal{C}_m)$ est le cercle de diamètre $[PQ]$? **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (04,50 POINTS)

SITUATION :

Une multinationale a acheté trois parcelles de terrain pour y construire des aires de jeu à caractère commerciale.

- La première parcelle a une forme trapézoïdale dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $[0; 2\pi[$ de l'équation : $4sin^2x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$.
- La deuxième parcelle a une forme rectangulaire dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $2\cos^2 2x - 3\cos 2x - 2 = 0$.
- La troisième parcelle a une forme rectangulaire dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\cos 2x - \sin x = 0$.
  Dans le cercle trigonométrique on suppose qu'un centimètre correspond à 25 mètres.

Cette multinationale aimerait recouvrir ces trois parcelles avec du gazon synthétique qui coûte 15 000 FCFA le mètre carré et elle dispose de 16 000 000FCFA ; 52 000 000FCFA et 12 200 000FCFA, pour le recouvrement respectif des parcelles 1, 2 et 3.

TÂCHES :

1. Pourra-t-elle recouvrir entièrement la première parcelle de gazon ? **1,5pt**
2. Pourra-t-elle recouvrir entièrement la deuxième parcelle de gazon ? **1,5pt**
3. Pourra-t-elle recouvrir entièrement la troisième parcelle de gazon ? **1,5pt**