

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 7 : CLASSE DE 2<sup>nd</sup>e CVECTEURS DU PLAN <sup>(3)</sup>

## EXERCICE 1

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$ .

1. Construis les points  $E$  et  $F$  tels que  $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ .
2. (a) A l'aide de la relation de Chasles, exprime  $\overrightarrow{EC}$  et  $\overrightarrow{CF}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ .  
(b) Démontre que  $\overrightarrow{EC}$  et  $\overrightarrow{CF}$  sont colinéaires.  
(c) Que peux-tu dire des points  $E, C$  et  $F$  ?

## EXERCICE 2

Soit  $(\vec{i}, \vec{j})$  une base orthonormée du plan. Soit les vecteurs  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$  et  $\vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ .

1. Montre que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormée du plan.
2. Ecris les vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  en fonction des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
3. On pose  $\vec{w} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ . Détermine les coordonnées du vecteur  $\vec{w}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

## EXERCICE 3

$ABC$  est un triangle équilatéral de côté  $6\text{cm}$ .  $R$  et  $S$  sont des points du plan tels que :

$\overrightarrow{AR} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AS} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . Les points  $P$  et  $Q$  sont les milieux respectifs des segments  $[BC]$  et  $[RS]$ .

1. Fais une figure.
2. Démontre que les droites  $(RS)$  et  $(BC)$  sont parallèles.
3. Démontre que les points  $P, A$  et  $Q$  sont alignés.

## EXERCICE 4

1. Soit  $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$  une base orthonormée du plan. On considère les vecteurs  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$  et  $\vec{w} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ . On donne les points  $A(5;5)$  et  $B(-7;-7)$ .  
(a) Montre que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base du plan.  
(b) Montre que  $\vec{u}$  est un vecteur directeur de la droite  $(AB)$ .  
(c) Détermine en fonction du vecteur  $\vec{u}$  un vecteur directeur unitaire de  $(AB)$ .  
(d) Détermine les coordonnées de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ .  
(e) Déduis-en les coordonnées de  $\vec{w}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

2. Soit  $O$  un point du plan. On considère le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Les points  $A, B$  et  $C$  sont tels que  $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{OB} = 2\vec{i} - \vec{j}$  et  $\vec{OC} = -\vec{j}$ .

Calcule les coordonnées des vecteurs  $\vec{BA}$ ,  $\vec{BC}$  et  $\vec{BA} - \vec{BC}$ .

### EXERCICE 5

Un urbaniste de la Mairie de la ville de Yaoundé utilise une carte pour orienter **M. BONA** qui vient de s'acheter un terrain au quartier OLEMBE. Sur cette carte, il trace un repère orthonormé  $(O, I, J)$  où le point  $O$  désigne le stade OLEMBE,  $F(-2; -1)$  l'hôtel la falaise et le point  $M(4; -3)$  qui repère l'hôtel Mont FEBE. Sur cette carte, une unité correspond à  $10\text{km}$ . L'urbaniste affirme que le terrain est situé à vol d'oiseaux des hôtels Mont FEBE et la FALAISE.

**Tâche :** Vérifie que l'affirmation de l'urbaniste est vraie.

### EXERCICE 6

$ABC$  est un triangle.

1. Construis les points  $I, J, K$  et  $L$  définis par :  $\vec{AI} = \vec{AB} + \vec{AC}$  ;  $\vec{AJ} = \vec{AB} - \vec{AC}$  ;  $\vec{AK} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$  et  $\vec{BL} = -2\vec{AC}$ .
2. En Utilisant la relation de Chasles, démontre que  $\vec{JK} = \vec{AB}$ , ensuite que  $\vec{CI} = \vec{AB}$ .
3. Donne en justifiant la nature du quadrilatère  $CIKJ$ .

### EXERCICE 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On donne les points  $A(3; 2)$ ,  $B(x+2; 3)$ ,  $C(5; x)$  et les vecteurs  $\vec{u}(2-\sqrt{3}; \sqrt{2}+\sqrt{3})$ ,  $\vec{v}(\sqrt{3}-\sqrt{2}; 2+\sqrt{3})$ .

1. Détermine les valeurs de  $x$  pour que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  soient colinéaires.
2. Détermine la valeur de  $x$  pour que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  soient orthogonaux.
3. Etudie la colinéarité des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

### EXERCICE 8

$ABC$  est un triangle de centre de gravité  $G$ .  $I$  est le milieu de  $[BC]$ . Les points  $D$  et  $E$  sont définis par :  $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB}$  et  $\vec{AE} = \frac{3}{5}\vec{AC}$ .

1. Fais une figure.
2. Prouve que  $\vec{ED} = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}$  et que  $\vec{GD} = \frac{5}{12}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ .
3. Dédus-en que les points  $E, G$  et  $D$  sont alignés.
4. (a) Détermine les coordonnées des points  $A, B, C, D, E, I$  et  $G$  dans le repère  $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$ .  
(b) Détermine les composantes des vecteurs  $\vec{AD}, \vec{AE}, \vec{ED}$  et  $\vec{GD}$  dans la base  $(\vec{AB}, \vec{AC})$ .

### EXERCICE 9

$(\vec{i}, \vec{j})$  est une base orthonormée. On pose  $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  et  $\vec{v} = 4\vec{j} + 6\vec{i}$ .

1. Justifie que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base du plan.
2. Détermine les coordonnées de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
3. Détermine les coordonnées de  $-3\vec{u} + 2\vec{v}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ .