



FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 7 : CLASSE DE 2^{nde} C

VECTEURS DU PLAN (3)

EXERCICE 1

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

1. Construis les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.
2. (a) A l'aide de la relation de Chasles, exprime \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{CF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
 (b) Démontre que \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{CF} sont colinéaires.
 (c) Que peux-tu dire des points E, C et F ?

EXERCICE 2

Soit (\vec{i}, \vec{j}) une base orthonormée du plan. Soit les vecteurs $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$.

1. Montre que (\vec{u}, \vec{v}) est une base orthonormée du plan.
2. Ecris les vecteurs \vec{i} et \vec{j} en fonction des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
3. On pose $\vec{w} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$. Détermine les coordonnées du vecteur \vec{w} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

EXERCICE 3

ABC est un triangle équilatéral de côté 6cm. R et S sont des points du plan tels que :

$\overrightarrow{AR} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AS} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Les points P et Q sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[RS]$.

1. Fais une figure.
2. Démontre que les droites (RS) et (BC) sont parallèles.
3. Démontre que les points P, A et Q sont alignés.

EXERCICE 4

1. Soit $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée du plan. On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{w} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. On donne les points $A(5;5)$ et $B(-7;-7)$.

- (a) Montre que (\vec{u}, \vec{v}) est une base du plan.
- (b) Montre que \vec{u} est un vecteur directeur de la droite (AB) .
- (c) Détermine en fonction du vecteur \vec{u} un vecteur directeur unitaire de (AB) .
- (d) Détermine les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .
- (e) Déduis-en les coordonnées de \vec{w} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

2. Soit O un point du plan. On considère le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Les points A, B et C sont tels que $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $\overrightarrow{OC} = -\vec{j}$. Calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{BC} et $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$.

EXERCICE 5

Un urbaniste de la Mairie de la ville de Yaoundé utilise une carte pour orienter **M. BONA** qui vient de s'acheter un terrain au quartier OLEMBE. Sur cette carte, il trace un repère orthonormé (O, I, J) où le point O désigne le stade OLEMBE, $F(-2; -1)$ l'hôtel la falaise et le point $M(4; -3)$ qui repère l'hôtel Mont FEBE. Sur cette carte, une unité correspond à $10km$. L'urbaniste affirme que le terrain est situé à vol d'oiseaux des hôtels Mont FEBE et la FALAISE.

Tâche : Vérifie que l'affirmation de l'urbaniste est vraie.

EXERCICE 6

ABC est un triangle.

- Construis les points I, J, K et L définis par : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BL} = -2\overrightarrow{AC}$.
- En Utilisant la relation de Chasles, démontre que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AB}$, ensuite que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB}$.
- Donne en justifiant la nature du quadrilatère $CIKJ$.

EXERCICE 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne les points $A(3; 2)$, $B(x+2; 3)$, $C(5; x)$ et les vecteurs $\vec{u}(2-\sqrt{3}; \sqrt{2}+\sqrt{3})$, $\vec{v}(\sqrt{3}-\sqrt{2}; 2+\sqrt{3})$.

- Détermine les valeurs de x pour que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} soient colinéaires.
- Détermine la valeur de x pour que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} soient orthogonaux.
- Etudie la colinéarité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

EXERCICE 8

ABC est un triangle de centre de gravité G . I est le milieu de $[BC]$. Les points D et E sont définis par : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

- Fais une figure.
- Prouve que $\overrightarrow{ED} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{GD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- Déduis-en que les points E, G et D sont alignés.
- (a) Détermine les coordonnées des points A, B, C, D, E, I et G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
(b) Détermine les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{ED}$ et \overrightarrow{GD} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

EXERCICE 9

(\vec{i}, \vec{j}) est une base orthonormée. On pose $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{v} = 4\vec{j} + 6\vec{i}$.

- Justifie que (\vec{u}, \vec{v}) est une base du plan.
- Détermine les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .
- Détermine les coordonnées de $-3\vec{u} + 2\vec{v}$ dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .