

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 1^{er} TRIMESTRE

A- ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5pts

Exercice 1: Barycentres 04,75pts

A) ABC est un triangle du plan. On considère les points I, J et K tels que $\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, $\vec{CJ} = \frac{1}{4}\vec{CB}$ et $\vec{KA} = \frac{2}{5}\vec{CA}$

1. Faire la figure et placer les points I, J et K 0,75pt
2. Écrire I comme barycentre de A et B, J comme barycentre de B et C et K comme barycentre de A et C affectés aux coefficients à déterminer. 1,5pt
3. soit $G = \text{bar}\{(A, 2), (B, 1), (C, 3)\}$. Montrer que G, I et C sont alignés. 0,25pt
4. Démontrer que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes. 0,75pt

B) A et B désignent deux points du plan tels que AB=6cm. Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que $\|\vec{MA} - 3\vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

1. Déterminer et construire le point $G = \text{bar}\{(A, 1), (B, -3)\}$. 0,75pt
2. Soit M un point du plan
 - 2.1. Démontrer que le vecteur $\vec{MA} - \vec{MB}$ ne dépend pas de M. 0,25pt
 - 2.2. Déterminer et construire (Γ) 0,75pt

Exercice 2 Trigonométrie 04,5 Points

A) on donne l'expression $A(x) = \sqrt{1 + \sin 4x}$, $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. L'objectif ici est de résoudre

l'équation (E): $A(x) = 1$

1. Démontrer qu'on a $A(x) = \sin 2x + \cos 2x$ 0,75pt
2. Démontrer que $\sin 2x + \cos 2x = A(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ 0,5pt
3. Résoudre l'équation (E) dans $[0, \frac{\pi}{2}]$. 0,75pt
4. Placer les solutions sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

B) Équations polynôme

1. Calculer $(2\sqrt{3} - 2)^2$ 0,25pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4t^2 - (2\sqrt{3} + 2)t + \sqrt{3} = 0$ 0,75pt
3. En déduire les solutions dans $[-\pi, \pi]$ de l'équation $4\cos^2 x - (2\sqrt{3} + 2)\cos x + \sqrt{3} = 0$ et placer les solutions sur le cercle trigonométrique 1pt

Exercice 3 : Cercles 03points

A- Le plan est muni d'un repère orthonormé (OIJ). (C) est le cercle dont une équation cartésienne est : $x^2 + y^2 - x - y = 0$

1. Déterminer les coordonnées du centre J et la valeur du rayon du cercle (C) 0,75pt
2. Écrire une équation cartésienne de la tangente au cercle (C) au point I(1 ; 0) 0,75pt
3. On considère les droites (D_1) et (D_2) d'équation cartésiennes respectives : $(D_1): x - 2y - 4 = 0$, $(D_2): y = -x$

- 3.1. Calculer la distance du point J à chacune des droites (D_1) et (D_2) 1pt
 3.2. En déduire la position des droites (D_1) et (D_2) par rapport au cercle (C) 0,5pt

Exercice 4 Espaces vectoriels 03points

1. On considère les vecteurs suivants : $\vec{e}_1(1;1;0)$, $\vec{e}_2(4;1;4)$ et $\vec{e}_3(2;1;-4)$
 Démontrer que la famille (e_1, e_2, e_3) est libre 1pt
 2. On considère les vecteurs $\vec{a}(1;1)$, $\vec{b}(2;-1)$ et $\vec{c}(1;0)$. Déterminer deux réels x et y tel que $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$ 0,5pt
 3. Soit $F = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 4x - 3y + z = 0 \}$
 3.1. Démontrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ 0,75pt
 3.2. Déterminer une base et la dimension de F 0,75pt

B- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 4,5pts

Pour financer la première partie des travaux de construction d'un foyer d'un coût total de 3.600.000 FCFA, les membres d'une association décident de se partager équitablement les dépenses. Mais juste avant le début des contributions, 5 membres indisciplinés sont exclus pour mauvaise conduite ; la part de chaque membre restant est alors augmentée de 8.000FCFA.

Le matériel qui est constitué de ciment, de fer et de lattes est acheté en trois phases dans une quincaillerie. Le premier achat est constitué de 40 sacs de ciment, 20 barres de fer et 10 lattes et a coûté 252.000 FCFA ; le deuxième achat constitué de 20 sacs de ciment, 40 barres de fer et 15 lattes a coûté 222.000 FCFA ; le troisième achat constitué de 40 sacs de ciment, 5 barres de fer et 25 lattes a coûté 228.000 FCFA.

Dans la cours du foyer, un membre de l'association veut construire un jardin gazonné dont la forme géométrique est l'ensemble des points M du plan tels si $AB=20m$, alors $-36 \leq \vec{MA} \cdot \vec{MB} \leq 0$. Après s'être renseigné, il se rend compte qu'on plante $1m^2$ de gazon à 300FCFA.

Taches

1. Détermine le nombre de membres initial de l'association 1,5pts
 2. Détermine la somme d'argent à dépenser pour la réalisation du jardin 1,5pt
 3. Détermine le prix d'un sac de ciment, d'une barre de fer et d'une latte. 1,5pt