

INSPECTION D'ACADEMIE DE THIES	ANNE SCOLAIRE /2015 - 2016
LYCEE JULES SAGNA	Terminale S

SERIE 4 : GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 1 : FORCE DE GRAVITATION

Le satellite Phobos de la planète Mars décrit une trajectoire circulaire dont le centre est confondu avec le centre de Mars. Le rayon de cette trajectoire a pour valeur $R = 9378 \text{ km}$. On considérera que Phobos et Mars ont des masses régulièrement réparties autour de leur centre.

1. Exprimer littéralement la valeur $F_{M/P}$ de la force exercée par Mars sur le satellite Phobos.
2. Calculer la valeur de cette force.
3. Déterminer la valeur de la force $F_{P/M}$ exercée par Phobos sur la planète Mars.

Données :

- Masse de la planète Mars : $m_M = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$
- Masse du satellite Photos : $m_P = 9,6 \times 10^{15} \text{ kg}$
- Constante de gravitation Universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I}$

EXERCICE 2 : APPLIQUER LA METHODE

1. Déterminer la masse m_T de la Terre sachant que la Lune tourne autour de cette dernière sur une orbite approximativement circulaire de rayon $r_L = 3.85 \cdot 10^5 \text{ km}$ et que sa période est voisine de $T_L = 27.25$ jours.
2. Déterminer la masse m_S du Soleil sachant que la Terre tourne autour de ce dernier sur une orbite approximativement circulaire de rayon $r = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$ et que sa période est voisine de $T_L = 365.25$ jours.
3. Le tableau suivant indique la période de révolution ainsi que le rayon des trajectoires des cinq satellites d'Uranus découverts depuis la Terre, avant 1950.

satellite	T (en s)	r (en km)	
Miranda	$1.22 \cdot 10^5$	130 000	
Ariel	$2.17 \cdot 10^5$	192 000	
Umbriel	$3.56 \cdot 10^5$	267 000	
Titania	$7.50 \cdot 10^5$	438 000	
Obéron	$1.16 \cdot 10^6$	586 000	

- a. Vérifiez la 3^{ème} loi de Kepler !
 - b. Calculer la masse d'Uranus ($8.84 \cdot 10^{25} \text{ kg}$)
4. On veut placer un satellite « marsostationnaire » autour de Mars, pour préparer une éventuelle mission sur cette planète. Calculer l'altitude du satellite, sachant que :
masse de Mars = $6.42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; rayon équatorial : $R = 3398 \text{ km}$; période de rotation sidérale : 24.62 h (17027 km)
 5. La navette spatiale Colombia a été placée sur une orbite circulaire à une altitude $z = 250 \text{ km}$.
 - a. Calculer sa vitesse et sa période de révolution T
 - b. Le plan de l'orbite de Columbia passait le 28 novembre 1983 par Cherbourg et Nice. Ces deux villes sont distantes de 940 km . En négligeant la rotation de la Terre, quel intervalle de temps séparait le passage de Columbia au-dessus de ces deux villes ?
- Rép. : b) 121 s
6. En 1610, Galilée découvrit les quatre lunes principales de la planète Jupiter. La plus proche, Io, a une période de 1.7699 jours terrestres, et elle est à une distance de $5.578 R_J$ (rayons de Jupiter) du centre de la planète. En déduire la densité moyenne de Jupiter
Rép. : 1.1
 7. Un satellite se trouve sur une orbite circulaire dans le plan de l'équateur, à une altitude de 500 km . Calculer la durée entre deux passages successifs de ce satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur,
 - a. lorsque le satellite se déplace dans le même sens que la Terre
 - b. lorsque le satellite se déplace dans le sens opposé à celui de la Terre(a : $\Delta t = 1\text{h}40\text{min}51\text{s}$ b : $\Delta t = 5306 \text{ s}$)

EXERCICE 3 : RECUEIL D'IMAGES PAR HUBBLE

Le télescope Hubble a été mis en orbite circulaire autour du centre O de la Terre. Il évolue à l'altitude $z_H = 600$ km. Ce télescope, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté H et a une masse $m = 12$ tonnes.

Les images qu'il fournira seront converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre via un satellite G en orbite circulaire à une altitude $z_G = 35\,800$ km.

- 1) Appliquer la loi de gravitation de Newton ou loi de l'attraction universelle de Newton au télescope à l'altitude z et donner l'expression littérale de l'intensité F_H de la force de gravitation qu'il subit en fonction de G_0 , m , z et du rayon R de la Terre.
- 2) Calculer l'intensité de cette force pour $z = z_H = 600$ km, ainsi que l'intensité G_H du champ gravitationnel à cette altitude.
- 3) Le mouvement du télescope est étudié dans le référentiel géocentrique dont l'origine est O.
- 3.a- Montrer que le mouvement circulaire du satellite est uniforme.
- 3.b- Donner l'expression littérale de la vitesse v du satellite sur son orbite en fonction de R , G_0 et z puis calculer sa valeur en m.s^{-1} et en km.s^{-1} .

EXERCICE 4 : EXPLORATION DU SYSTEME SOLAIRE

Nous proposons dans cet exercice, de montrer comment une mission spatiale peut contribuer à améliorer la connaissance du système solaire. En mars 1979, la sonde Voyager I s'approchant de Jupiter à une altitude z_1 mesure le champ gravitationnel G_1 créé par cette planète. Quelques mois plus tard, Voyager II mesure à l'altitude z_2 un champ gravitationnel G_2 . En déduire :

- 1) La valeur de la masse M de Jupiter.
- 2) Le rayon R de cette planète supposée sphérique.
- 3) L'intensité G_0 du champ gravitationnel à sa surface.
- 4) La valeur numérique de la masse volumique ρ de Jupiter.

A.N. : $z_1 = 278\,000$ km, $G_1 = 1,04 \text{ N.kg}^{-1}$, $z_2 = 650\,000$ km, $G_2 = 0,243 \text{ N.kg}^{-1}$.

Les deux sondes américaines Voyager 1 et 2 lancées en 1977 étaient destinées à observer le système solaire. Après avoir survolé les planètes externes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) elles ont quitté notre système solaire. Elles étaient porteuses de messages pour une éventuelle rencontre avec d'autres civilisations.

EXERCICE 5 : FORCE DE GRAVITATION ET TUNNEL

On démontre que pour tout point M de masse m situé à l'intérieur de la Terre, à la distance r du centre O de la terre, l'attraction terrestre est une force agissant en ce point M dirigée vers le centre de la Terre et de valeur :

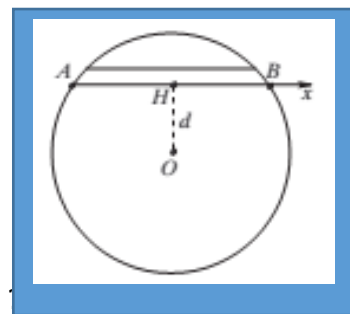
$$\vec{F} = -mg_0 \frac{r}{R} \vec{e}_r$$

où R est le rayon de la Terre et $r = OM$. ($R = 6,4 \cdot 10^6$ m et $g_0 = 10 \text{ m.s}^{-2}$)

- 1) Quelle est l'énergie potentielle de M (en supposant que $E_p = 0$ pour $r = 0$) ?
- 2) On considère un tunnel rectiligne AB, d'axe (Hx) ne passant pas par O et traversant la Terre. On note d la distance OH du tunnel au centre de la Terre.

Un véhicule assimilé à un point matériel M de masse m glisse sans frottement dans le tunnel. Il part du point A de la surface terrestre sans vitesse initiale.

- 2.1) Quelle est sa vitesse maximale v_m au cours du mouvement ? A.N. avec $d = 5 \cdot 10^6$ m.
- 2.2) Exprimer $HM = x$ en fonction du temps t par une méthode énergétique.
- 2.3) Retrouver l'expression de v_m .
- 3) Représenter et commenter le graphe de $E_p(x)$; $E_p(x)$ étant l'énergie potentielle de gravitation de M. Décrire le mouvement de M à partir de sa position initiale en A.



EXERCICE 6 : ETUDE ENERGETIQUE 1 (Extrait Bac S1 S3 2001)

Données : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

Masse de la Lune : $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}$ kg, $R_L = 1\,740$ km

Distance des surfaces de la Terre et de la Lune $D = 384 \cdot 10^3$ km

Durée du jour solaire : $T_1 = 86\,400$ s, Durée du jour sidéral $T_2 = 86\,164$ s.

- 1) Calculer le champ de gravitation créé par la Lune à sa surface.
- 2) Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.
- 3) En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est elle nulle ?
- 4) Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète de masse M , vaut : $E_p = -\frac{KMm}{r}$. Prendre $E_p = 0$ à l'infini.
- 5) Exprimer la vitesse de libération V_1 ou deuxième vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse M et rayon R en fonction de K , M et R . Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.
- 6) Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.
- 7) Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1 % près.

EXERCICE 7 : ETUDE ENERGETIQUE

Le mouvement d'un satellite de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique. La Terre est supposée à symétrie sphérique de centre O de rayon R et de masse M_T . Le satellite assimilé à un point matériel de masse m décrit une orbite circulaire de rayon r autour de O dans le plan équatorial de la Terre.

- 1) Exprimer l'énergie cinétique E_c du satellite en fonction de M_T , m , r et la constante de gravitation universelle K .
- 2) L'expression de l'énergie potentielle de la pesanteur du système {satellite + Terre} est $E_p = -\frac{KM_T m}{r}$ en posant $E_p = 0$ pour l'infini. Comment varie E_p en fonction de r ? Exprimer E_p en fonction de m , g_0 , R et r .
- 3) Exprimer l'énergie mécanique E du système {satellite + Terre} quand le satellite parti du sol terrestre se trouve sur l'orbite de rayon r animé de la vitesse V . En déduire l'expression de la vitesse en fonction des données. Quelle vitesse minimale V_0 faut-il communiquer au satellite pour qu'il devienne une sonde interplanétaire (qu'il se libère de l'attraction terrestre et aille à l'infini) ?
- 4) Dans la haute atmosphère, le satellite subit l'action des forces de frottement pendant son déplacement. Le satellite passe alors de l'orbite de rayon r_1 où sa vitesse est V_1 à l'orbite de rayon r_2 où sa vitesse est V_2 .
 - 4.a- En notant E_1 et E_2 les énergies respectives du satellite sur les orbites de rayons r_1 et r_2 , dire, en justifiant la réponse quel est le signe de la variation d'énergie mécanique du système {satellite + Terre}.
 - 4.b- Comparer r_1 et r_2 puis V_1 et V_2 . Commenter brièvement ces résultats.

EXERCICE 8 : TRAVAIL ET ENERGIE (Extrait Bac CE 96).

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre O de masse M et de rayon R . Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est : $\vec{G} = \frac{KM}{r^2} \vec{u}$

K est la constante universelle de gravitation et $\vec{u} = \frac{\vec{OA}}{OA}$

- 1) Un satellite (S) de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que (S) est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.
 - 1.a- Exprimer la vitesse v de (S) en fonction de l'intensité G_0 du champ de gravitation au sol de R et r .
 - 1.b- En déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T pour $r = 8000$ km.
- 2) Le travail élémentaire de la force de gravitation est donné par $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$.
 - 2.a- Montrer que le travail de la force de gravitation lors du déplacement du satellite du sol jusqu'à l'orbite de rayon r est donnée par : $W = mG_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$.
 - 2.b- En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système {satellite + Terre} en fonction de G_0 , m , r et R . On choisira le niveau du sol comme niveau de référence pour l'énergie potentielle.
 - 2.c- Exprimer l'énergie cinétique du satellite en fonction de G_0 , m , r et R .
- 3) Il se produit une très faible variation dr du rayon r , telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire.
 - 3.a- Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que $dv = -\frac{\pi}{T} dr$.
 - 3.b- la variation dr est en réalité due au travail $dW(\vec{f})$ des forces de frottement exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de $dW(\vec{f})$, déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse du satellite.

EXERCICE 9 : MISSION DISCOVERY (Extrait Bac S1S3 2003).

On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon $R = 6370 \text{ km}$ et de masse $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

La constante de gravitation universelle est $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$

Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre.

1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. (0,75 point)

2) Etablir l'expression de sa vitesse v en fonction de r , M et G . En déduire l'expression de la période T du mouvement du satellite en fonction de r , M et G . (01 point)

3) Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine **DISCOVERY** pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :

- Masse de la navette en orbite : $m = 69,68 \cdot 10^3 \text{ kg}$. • Altitude moyenne $h = 296 \text{ km}$.
- Nombre d'orbites $n = 189$. (nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).

3.1- Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY.

3.2- La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center. Déterminer la date de lancement de la navette, on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage.

4) DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date $t = 7 \text{ h } 07 \text{ min}$. Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.

On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

Date	Altitude (km)	Vitesse ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
$t_1 = 6 \text{ h } 59 \text{ min}$	54,86	1475
$T_2 = 7 \text{ h } 04 \text{ min}$	11,58	223,5

On prendra $g = 9,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pendant toute la phase d'approche.

4.4.1- Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates t_1 et t_2 .

4.4.2- En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants t_1 et t_2 de la phase d'approche à l'atterrissage.

EXERCICE 10 : SATURNE, SES ANNEAUX ET SES SATELLITES

La planète Saturne est entourée de nombreux anneaux et satellites. Voici quelques données relatives à cette planète et à ses satellites :

Satellites	Période de révolution	Rayon de l'orbite (milliers de km)
Janus	16 h 40 min	151,5
Mimas	22 h 37 min	185,8
Encelade	1 d 8 h 53 min	238,3
Téthys	1 d 21 h 18 min	294,9
Dioné	2 d 17 h 41 min	377,9

Les anneaux sont formés de divers éléments (cailloux, poussières et blocs de glace) non regroupés entre eux et tournant autour de Saturne. On considère que les astres sont ponctuels, que les trajectoires sont circulaires et que le mouvement est uniforme.

1. Pour étudier le mouvement des satellites de Saturne, il convient de se placer dans un référentiel particulier que l'on peut appeler « saturnocentrique » par analogie à « géocentrique ». Comment définir le référentiel « saturnocentrique » ?
2. À partir du bilan des forces exercées sur un satellite par Saturne (on néglige l'action des autres astres), établir la relation qui relie la vitesse v du satellite, le rayon r de son orbite, la masse M_s de Saturne et la constante K de gravitation universelle.
3. Énoncer la troisième loi de Kepler. Déterminer à partir de celle-ci la masse de Saturne en utilisant les données relatives à l'un des satellites. (Pour Dioné : $5,71 \cdot 10^{26} \text{ kg}$)
4. On néglige l'action des éléments les uns sur les autres devant l'action de l'astre sur chacun des éléments. A et B étant deux éléments de deux anneaux différents initialement alignés avec le centre de Saturne, cet alignement sera-t-il conservé ? Justifier la réponse.