Vendredi, 05/11/21

Collège MONTESQUIEU
Dpt de Mathématiques

Année Scolaire **2021/2022**
Période : **2**
Classe : **Tle C, D**
Coef **7**(C) **4**(D) Durée : **4h**
Examinateur : **NOLABIA**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Partie A : Evaluation des ressources 15,5pts

Exercice 1 : 5,5pts

I – Soit la fonction h définie par $h(x) = 2x^2 - 3x^2 - 1$

1) Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation. **0,5pt**
2) En déduire que l'équation h(x) = 0 admet dans R une unique solution que l'on notera α et dont on donnera un encadrement à 10^{-2} près. **1pt**
3) Etudier le signe de h sur R. **1pt**

II – Soit la fonction $f(x) = \frac{-x+1}{x^3+1}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (0, I, J)

1- Justifier que $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3+1)^2}$
2- En déduire le tableau de variation de f. **0,5pt**
3- Montrer que $f(x) = \frac{2(1-\alpha)}{3(\alpha^2+1)}$ **1pt**
4- Tracer (c) et ses asymptotes **1,5pt**

Exercice 2 : 3pts (TD uniquement)

Soit P le polynôme défini par $|z - i| = |z - 2 + 3i|$
$p(z) = z^4 + (5 - 2i)z^3 + (8 - 10i)z^2 + (6 - 16i)z - 12i$

1. Vérfier que p(2i) = p(- 3) = 0 **0,5pt**
2. Déterminer un polynôme Q du 2nd degré tel que pour tout nombre complexe z, on a $p(z) = [z^2 + (3 - 2i))z - 6i]\ Q(z)$ **1pt**
3. Résoudre dans C, p(z) = 0 **1,5pts**

Exercice 3 : 6pts

1- Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x)^4}$ b) $f(x) = x(3x^2 + 4)^5$. c) $f(x) = 2x^3 + 5x + 4$

2- Soit la function $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 8x + 8}{(x-2)^2}$

2.1 – Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que $\forall x \in R \setminus \{ 2 \}$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$

2.2 – En déduire les primitives de f sur]2, + ∞]

Exercice 4 : 5pts (TC uniquement)

1- Déterminer les couples (a , b) d'entiers naturals tels que PGCD (a , b) = 42 et PPCM (a , b) = 1680 **0,75pt**

2- Démontrer que si la fonction $\frac{a}{b}$ est irréductible, alors $\frac{ab}{a^2+b^2}$ est irréductible. **0,5pt**

3- Résoudre dans Z le système $\begin{cases} x \equiv 1\ [\ 3\ ] \\ x \equiv 2\ [\ 7\ ] \end{cases}$ **1pt**

4- Trouver deux entiers a et b tel que PPCM (a , b) – PGCD (a , b) = 187 **0,75pt**

5- Résoudre dans Z, $2x^2 - 2x + 1 \equiv 0\ [\ 5\ ]$ **0,5pt**

6- a) Déterminer suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne du 7^n par 10

b) Dans le système décimal, déterminer suivant les valeurs de n le chiffre des unités du nombre $A = 1 + 7 + 7^2 + \text{-----} + 7^n$ **1pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5pts

Pour Noël, les jumeaux Sophie et Robin ont reçu des jouets :

Sophie, un bonhomme au bout d'un parachute et **Robin** un arc avec des flèches.

Sophie se hâte de lancer son parachute du haut de leur immeuble. Au même moment, Robin, qui s'est installé au pied de l'immeuble, lance une flèche verticalement. La hauteur du parachute à l'instant **t** exprimé en seconde durant la descente est donnée par fonction **f** définie par $\mathbf{f(t) = -5t^2 + 10t}$. La flèche de Robin va rencontrer le parachute de Sophie. Avec leur ami Yves les trois amis vont parcitiper à un jeu. Ils conviennent qu'à chaque partie, le perdant double l'avoir de chacun des deux autres. Ils font trois parties, chacun en perd une et réalise qu'à la fin chacun a un avoir de 2 400 frs.

TACHES

Tâche 1 : Quelle sera l ahauteur maximale que la flèche pourra-t-elle atteindre ? **1,5pts**

Tâche 2 : A quel temps la flèche va – t –t elle rencontrer le parachute ? **1,5pts**

Tâche 3 : Quels étaient les avoirs initiaux de chachun des trois amis ? **1,5pts**