Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « AGIR COMPETENT »
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA / COPOLY
Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67
Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2022-2023
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h 09h00-13h00
Samedi, 24 septembre 2022

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 1 : CLASSE DE T^{le} C

ARITHMETIQUE

EXERCICE 1

1. Donne l'écriture de 496 en base 7.
2. Donne l'écriture de 149 en base 2.
3. Un entier naturel B s'écrit $\overline{3122}$ en base 4 et $\overline{431}$ en base n. Détermine l'entier naturel n.

EXERCICE 2

1. Quels sont le quotient et le reste de la division de -1208 par 51?
2. Détermine le reste de la division euclidienne de $5^{3n}-6^{n}$ par 17.
3. Détermine tous les entiers naturels n tels que $PGCD\left(5n+2;4n+3\right)=7$.

EXERCICE 3

1. Résous dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $\left(E\right): xy-5x-5y-7=0$.
2. **(a)** Détermine les diviseurs positifs de 28.
   (b) Résous dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $\left(E\right): x^2-y^2=28$.

EXERCICE 4

Soit n un entier naturel non nul. On pose $a=3n+1$ et $b=5n-1$.

1. Montre que $PGCD\left(a;b\right)$ est un diviseur de 8.
2. Pour quelles valeurs de n, $PGCD\left(a;b\right)=8$?

EXERCICE 5

1. Ecris la division euclidienne de 4321 par 731.
2. Déduis-en tous les entiers naturels x et y qui vérifient $4321=731x+y$.

EXERCICE 6

1. **(a)** Démontre que pour tout $n\in\mathbb{N}, 2^{3n}\equiv 1\left[7\right]$.
   (b) Quel est le reste de la division euclidienne de 2^{2009} par 7?
2. Soient a et b deux entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 avec $a\neq 0$. On considère le nombre $N=\overline{a00b}$ en base 10.
   Détermine tous les entiers naturels N qui sont divisibles par 7.

EXERCICE 7

1. Soit l'entier $A=3\times 5^{2n-1}+2^{3n-2}$ avec $n\geq 1$.
   (a) Montre que $20\times A$ est divisible par 17.
   (b) Déduis-en que A est divisible par 17.

2. Détermine les entiers naturels non nuls a et b vérifiant : $a^2 - b^2 = 2916$ et $PGCD(a;b) = 18$.

EXERCICE 8

M. ATEBA est détenteur d'une carte bancaire dont le code secret est un nombre de trois chiffres qui s'écrit xyz dans le système en base 7 et zyx dans le système en base 9.

Tâche : Détermine le code secret de **M. ATEBA**.

EXERCICE 9

On considère deux entiers naturels, non nuls, x et y premiers entre eux. On pose $S = x + y$ et $P = xy$.

1. **(a)** Démontrer que x et S sont premiers entre eux, de même que y et S.
   (b) En déduire que $S = x + y$ et $P = xy$ sont premiers entre eux.
   (c) Démontrer que les nombres S et P sont de parités différentes.
2. Déterminer les diviseurs positifs de 84 et les ranger par ordre croissant.
3. Trouver les nombres premiers entre eux x et y tels que : $SP = 84$.
4. Déterminer les deux entiers naturels a et b vérifiant les conditions suivantes :
   $\begin{cases} a + b = 84 \\ ab = \delta^3 \end{cases}$ avec $\delta = PGCD(a,b)$.

EXERCICE 10

L'escalier qui mène au dernier étage d'un immeuble a un nombre de marches compris entre 246 et 260. **BELL** et **ALI** sont deux sportifs. **BELL** qui est le plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin, il lui reste une marche. ALI, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin, il lui reste 2 marches.

Tâche : Combien l'escalier compte-t-il de marches ?

EXERCICE 11

Pour chacune des 3 propositions suivantes, indique si elle est vraie ou fausse et donne une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

Proposition 1 : « Soit $x \in \mathbb{Z}$. $x^2 + x + 3 \equiv 0[5]$ si et seulement si $x \equiv 1[5]$. »

Proposition 2 : « Si $N = \overline{aba7}^{10}$ est divisible par 7, alors $a + b$ est divisible par 7. »

Proposition 3 : « Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $5^{6n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 5. »

EXERCICE 12

1. Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\mathscr{D}$ est la droite d'équation cartésienne $2x + y - 20 = 0$. Détermine l'ensemble E des points de $\mathscr{D}$ à coordonnées entières.
2. Le parking d'un Lycée n'a que des motos et des voitures. Un matin, **HASSAN** élève en classe de **T^{le} C** affirme avoir dénombré 40 roues dans ce parking, mais ne se souvient pas du nombre de motos ou de voitures.

   Tâche : Aide-le à retrouver le nombre de motos et le nombre de voitures.
3. Détermine un nombre premier q tel que $13q + 1$ soit le carré d'un entier naturel n.