

## SERIE 4 : GRAVITATION UNIVERSELLE

**Données :** La Terre est supposée à symétrie sphérique.

- Rayon de la Terre :  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,
- $G_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ,
- Masse de la Terre :  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,
- Constante universelle de gravitation :  $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

**EXERCICE 1 : CONNAISSANCES DU COURS**

- 1) Qu'est-ce que le repère géocentrique ? Les vecteurs de base ce repère tournent-ils avec la Terre autour de l'axe des pôles ?
  - 2) Enoncer la loi de Newton pour la gravitation.
  - 3) Donner, en fonction de  $K$ ,  $m$  et  $r$  l'expression du champ de gravitation  $G$  créé par une masse ponctuelle  $m$  en un point  $A$  situé à la distance  $r$  de la position  $O$  de cette masse. Calculer l'altitude  $h$  à laquelle le champ gravitationnel a diminué de 1%.
  - 4) Donner l'expression du champ de gravitation terrestre  $G_0$  à la surface de la Terre et celle du champ de gravitation terrestre  $G$  en un point  $A$  situé à l'altitude  $z$  de la Terre. Trouver la relation entre  $G$  et  $G_0$ .
  - 5) Montrer qu'au voisinage de la Terre, à l'altitude  $h$  ( $h \ll R$ ) que le champ de gravitation terrestre  $G$  peut se mettre sous la forme :  $G = G_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$
  - 6) Montrer que la vitesse  $V$  d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude  $z$  est constante. Donner l'expression de la vitesse  $V$  en fonction de la constante gravitationnelle  $G$ , du rayon  $R$  de la Terre et de l'altitude  $z$  du satellite.
- Application :** Deux satellites ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) en orbite circulaire autour de la Terre ont respectivement pour altitude  $z_1$  et  $z_2$ . Lequel des deux satellites a la plus grande vitesse ?
- 7) Un satellite de masse  $m$  décrit une orbite circulaire autour d'une planète de masse  $M$ . La période du satellite est  $T$ , le rayon de son orbite est  $r$ . Donner, en fonction de  $T$ ,  $r$  et de la constante gravitationnelle  $G$ , l'expression de la masse  $M$  de la planète.
- Application :** Le satellite et la planète étant respectivement la Lune et la Terre, calculer la masse de la Terre. On donne :  $r = 3,85 \cdot 10^5 \text{ km}$  et  $T = 27,25 \text{ jours}$ .
- 8) Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? A quelle altitude  $z_G$  place-t-on un tel satellite ?
  - 9) Un satellite tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire de rayon  $r$ , dans le plan équatorial terrestre. La Terre est supposée à symétrie sphérique. Le satellite se déplaçant d'Ouest en Est, quel intervalle de temps  $\theta$  sépare deux passages consécutifs à la verticale d'un point donné de l'équateur ? ( $\theta$  représente, pour un observateur terrestre situé en un point de l'équateur, la période de révolution du satellite).
  - 10) Avec quelle vitesse  $V_L$  faut-il lancer un objet de la surface de la Terre pour qu'il s'en éloigne indéfiniment ? ( $V_L$  est appelée vitesse de libération ou deuxième vitesse cosmique).

**EXERCICE 2 : FORCE ET CHAMP DE GRAVITATION - 3<sup>ème</sup> LOI DE KEPLER (Extrait Bac S2 98)**

On considère une planète  $P$  de masse  $M$ . Le mouvement de l'un de ses satellites  $S$ , assimilé à un point matériel de masse  $m$ , est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont le centre coïncide avec le centre  $O$  de la planète  $P$  et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$ .

- 1) Donner les caractéristiques de la force de gravitation  $\vec{F}$  exercée par la planète  $P$  sur le satellite  $S$ . Faire un schéma.
- 2) Donner l'expression du champ de gravitation  $\vec{G}$  créé par la planète  $P$  au point où se trouve le satellite  $S$ . Représenter ce vecteur de gravitation  $\vec{G}$  sur le schéma précédent.
- 3) Déterminer la nature du mouvement dans le référentiel d'étude précisé
- 4) Exprimer le module de la vitesse  $V$  et la période de révolution  $T$  du satellite  $S$  en fonction de la constante de gravitation  $G$ , du rayon  $r$  de la trajectoire du satellite  $S$  et de la masse  $M$  de la planète  $P$ .  
Montrer que le rapport  $\frac{r^3}{T^2}$  est une constante.
- 5) Sachant que l'orbite du satellite  $S$  a un rayon  $r = 185\,500 \text{ km}$  et que sa période de révolution vaut  $T = 22,6 \text{ heures}$ , déterminer la masse  $M$  de la planète  $P$ .
- 6) Un autre satellite  $S'$  de la planète  $P$  a une période de révolution  $T' = 108,4 \text{ heures}$ . Déterminer le rayon  $r'$  de son orbite.

**EXERCICE 3 : RECUEIL D'IMAGES PAR HUBBLE**

Le télescope Hubble a été mis en orbite circulaire autour du centre O de la Terre. Il évolue à l'altitude  $z_H = 600$  km. Ce télescope, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté H et a une masse  $m = 12$  tonnes.

Les images qu'il fournira seront converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre via un satellite G en orbite circulaire à une altitude  $z_G = 35\,800$  km.

1) Appliquer la loi de gravitation de Newton ou loi de l'attraction universelle de Newton au télescope à l'altitude  $z$  et donner l'expression littérale de l'intensité  $F_H$  de la force de gravitation qu'il subit en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $z$  et du rayon  $R$  de la Terre.

2) Calculer l'intensité de cette force pour  $z = z_H = 600$  km, ainsi que l'intensité  $G_H$  du champ gravitationnel à cette altitude.

3) Le mouvement du télescope est étudié dans le référentiel géocentrique dont l'origine est O.

3.a- Montrer que le mouvement circulaire du satellite est uniforme.

3.b- Donner l'expression littérale de la vitesse  $v$  du satellite sur son orbite en fonction de  $R$ ,  $G_0$  et  $z$  puis calculer sa valeur en  $m.s^{-1}$  et en  $km.s^{-1}$ .

**EXERCICE 4: EXPLORATION DU SYSTEME SOLAIRE**

Nous proposons dans cet exercice, de montrer comment une mission spatiale peut contribuer à améliorer la connaissance du système solaire. En mars 1979, la sonde Voyager I s'approchant de Jupiter à une altitude  $z_1$  mesure le champ gravitationnel  $G_1$  créé par cette planète. Quelques mois plus tard, Voyager II mesure à l'altitude  $z_2$  un champ gravitationnel  $G_2$ . En déduire :

1) La valeur de la masse  $M$  de Jupiter.

2) Le rayon  $R$  de cette planète supposée sphérique.

3) L'intensité  $G_0$  du champ gravitationnel à sa surface.

4) La valeur numérique de la masse volumique  $\rho$  de Jupiter.

**A.N.** :  $z_1 = 278\,000$  km,  $G_1 = 1,04$  N.kg $^{-1}$ ,  $z_2 = 650\,000$  km,  $G_2 = 0,243$  N.kg $^{-1}$ .

Les deux sondes américaines Voyager 1 et 2 lancées en 1977 étaient destinées à observer le système solaire. Après avoir survolé les planètes externes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) elles ont quitté notre système solaire. Elles étaient porteuses de messages pour une éventuelle rencontre avec d'autres civilisations.

**EXERCICE 5: NATURE D'UN MOUVEMENT SATELLITAIRE E PERIODE (Extrait Bac D 96)**

Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon  $r_1 = 20\,000$  km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est  $T_0 = 86\,164$  s.

1) Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.

2) Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.

3) En déduire l'expression de la période  $T_1$  du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.

4) Déterminer la valeur  $r$  de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.

5) Quelle est pour un observateur terrestre, la période de révolution  $T_a$  du satellite évoluant sur l'orbite circulaire de rayon  $r_1 = 20\,000$  km.

6) Un autre satellite, de période  $T_2$  évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon  $r_2 = 18\,000$  km dans le même sens que le premier.

A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.

Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement. Calculer la période  $\theta$  de ces rapprochements.

**EXERCICE 6 : ETUDE ENERGETIQUE 1 (Extrait Bac S1 S3 2001)**

**Données** : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

Masse de la Lune :  $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}$  kg,  $R_L = 1\,740$  km

Distance des surfaces de la Terre et de la Lune  $D = 384 \cdot 10^3$  km

Durée du jour solaire :  $T_1 = 86\,400$  s, Durée du jour sidéral  $T_2 = 86\,164$  s.

1) Calculer le champ de gravitation créé par la Lune à sa surface.

2) Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.

3) En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est elle nulle ?

4) Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse  $m$  situé à la distance  $r$  du

centre d'une planète de masse  $M$ , vaut :  $E_p = -\frac{KMm}{r}$ . Prendre  $E_p = 0$  à l'infini.

5) Exprimer la vitesse de libération  $V_1$  ou deuxième vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse  $M$  et rayon  $R$  en fonction de  $K$ ,  $M$  et  $R$ . Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.

6) Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.

7) Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1 % près.

### EXERCICE 6 : ETUDE ENERGETIQUE 2

Le mouvement d'un satellite de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique. La Terre est supposée à symétrie sphérique de centre  $O$  de rayon  $R$  et de masse  $M_T$ . Le satellite assimilé à un point matériel de masse  $m$  décrit une orbite circulaire de rayon  $r$  autour de  $O$  dans le plan équatorial de la Terre.

1) Exprimer l'énergie cinétique  $E_c$  du satellite en fonction de  $M_T$ ,  $m$ ,  $r$  et la constante de gravitation universelle  $K$ .

2) L'expression de l'énergie potentielle de la pesanteur du système {satellite + Terre} est  $E_p = -\frac{KM_T m}{r}$  en posant  $E_p = 0$  pour l'infini. Comment varie  $E_p$  en fonction de  $r$  ?

Exprimer  $E_p$  en fonction de  $m$ ,  $g_0$ ,  $R$  et  $r$ .

3) Exprimer l'énergie mécanique  $E$  du système {satellite + Terre} quand le satellite parti du sol terrestre se trouve sur l'orbite de rayon  $r$  animé de la vitesse  $V$ . En déduire l'expression de la vitesse en fonction des données. Quelle vitesse minimale  $V_0$  faut-il communiquer au satellite pour qu'il devienne une sonde interplanétaire (qu'il se libère de l'attraction terrestre et aille à l'infini) ?

4) Dans la haute atmosphère, le satellite subit l'action des forces de frottement pendant son déplacement. Le satellite passe alors de l'orbite de rayon  $r_1$  où sa vitesse est  $V_1$  à l'orbite de rayon  $r_2$  où sa vitesse est  $V_2$ .

4.a- En notant  $E_1$  et  $E_2$  les énergies respectives du satellite sur les orbites de rayons  $r_1$  et  $r_2$ , dire, en justifiant la réponse quel est le signe de la variation d'énergie mécanique du système {satellite + Terre}.

4.b- Comparer  $r_1$  et  $r_2$  puis  $V_1$  et  $V_2$ . Commenter brièvement ces résultats.

### EXERCICE 7 : TRAVAIL ET ENERGIE (Extrait Bac CE 96).

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre  $O$  de masse  $M$  et de rayon  $R$ . Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point  $A$  de l'espace situé à une distance  $r$  du point  $O$  est :  $\vec{G} = \frac{KM}{r^2} \vec{u}$

$K$  est la constante universelle de gravitation et  $\vec{u} = \frac{\vec{OA}}{OA}$

1) Un satellite (S) de masse  $m$  décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que (S) est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

1.a- Exprimer la vitesse  $v$  de (S) en fonction de l'intensité  $G_0$  du champ de gravitation au sol de  $R$  et  $r$ .

1.b- En déduire l'expression de la période  $T$  du mouvement. Calculer  $T$  pour  $r = 8000$  km.

2) Le travail élémentaire de la force de gravitation est donné par  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ .

2.a- Montrer que le travail de la force de gravitation lors du déplacement du satellite du sol jusqu'à l'orbite de rayon  $r$  est donnée par :  $W = mG_0 R^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$ .

2.b- En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système {satellite + Terre} en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$  et  $R$ . On choisira le niveau du sol comme niveau de référence pour l'énergie potentielle.

2.c- Exprimer l'énergie cinétique du satellite en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$  et  $R$ .

3) Il se produit une très faible variation  $dr$  du rayon  $r$ , telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire.

3.a- Exprimer la variation  $dv$  de la vitesse qui en résulte et montrer que  $dv = -\frac{\pi}{T} dr$ .

3.b- la variation  $dr$  est en réalité due au travail  $dW$  ( $\vec{f}$ ) des forces de frottement exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de  $dW$  ( $\vec{f}$ ), déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse du satellite.

**EXERCICE 8 : MISSION DISCOVERY (Extrait Bac S1S3 2003).**

On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon  $R = 6370 \text{ km}$  et de masse  $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

La constante de gravitation universelle est  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$

Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon  $r$  dans le plan équatorial, autour de la Terre.

1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,75 point)**

2) Etablir l'expression de sa vitesse  $v$  en fonction de  $r$ ,  $M$  et  $G$ . En déduire l'expression de la période  $T$  du mouvement du satellite en fonction de  $r$ ,  $M$  et  $G$ . **(01 point)**

3) Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine **DISCOVERY** pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :

- Masse de la navette en orbite :  $m = 69,68 \cdot 10^3 \text{ kg}$ .
- Altitude moyenne  $h = 296 \text{ km}$ .
- Nombre d'orbites  $n = 189$ . (nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).

3.1- Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY.

3.2- La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center. Déterminer la date de lancement de la navette, on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage.

4) DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date  $t = 7 \text{ h } 07 \text{ min}$ . Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.

On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

Date	Altitude (km)	Vitesse ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )
$t_1 = 6 \text{ h } 59 \text{ min}$	54,86	1475
$T_2 = 7 \text{ h } 04 \text{ min}$	11,58	223,5

On prendra  $g = 9,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  pendant toute la phase d'approche.

4.4.1- Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates  $t_1$  et  $t_2$ .

4.4.2- En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  de la phase d'approche à l'atterrissage.

**EXERCICE 9 : LANCEMENT DE FUSEE (Extrait Bac S1 S3 2012 1<sup>er</sup> groupe).**

**N.B. Les questions 3.2 et 3.3 sont indépendantes de la question 3.1.**

Le premier lanceur Ariane est une fusée à trois étages qui pèse, avec sa charge utile (satellite), 208 tonnes au décollage. Le premier étage qui fonctionne pendant 145 secondes est équipé de 4 moteurs Viking  $V$  alimentés par du peroxyde d'azote  $\text{N}_2\text{O}_4$  (masse de peroxyde emportée : 147,5 tonnes). L'intensité de la force de poussée totale  $\vec{F}$  est **constante** pendant le fonctionnement des réacteurs et vaut  $F = 2445 \text{ kN}$ .

Ce lanceur peut mettre en orbite circulaire basse de 200 km d'altitude un satellite de 4850 kg ; il peut également placer sur une orbite géostationnaire un satellite ; comme il peut placer en orbite héliosynchrone des satellites très utiles pour des applications météorologiques.

**3.1 Etude du mouvement d'ascension de la fusée.**

On étudie le mouvement de la fusée dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen.

Le champ de pesanteur est suppose uniforme dans le domaine étudié et son intensité est :  $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

On choisit un axe Oz vertical dirige vers le haut.

On néglige les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air ainsi que l'action des autres planètes.

La fusée Ariane s'élève verticalement sous l'action de la force de poussée  $\vec{F}$  due à l'éjection des gaz.

Cette force est donnée par :  $\vec{F} = -\mu \vec{V}_E$ , relation où  $\vec{V}_E$  est la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée et  $\mu$  le débit constant des gaz qui s'exprime par :  $\mu = -\frac{dm}{dt}$  avec  $-dm$  la masse de gaz éjectée pendant la durée  $dt$ .

**3.1.1** On désigne par  $m_0$  la masse de la fusée à la date  $t = 0$ , début de l'ascension et  $m$  la masse de la fusée à la date  $t$ . Montrer que :  $m = m_0 - \mu \cdot t$ . **(0,5 point)**

**3.1.2** Calculer, à l'aide des données numériques utiles fournies en début d'énoncé, le débit des gaz  $\mu$  et la norme  $V_E$  de la vitesse d'éjection des gaz. **(0,5 point)**

3.1.3 Appliquer le théorème du centre d'inertie à la fusée et en déduire l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}$  en fonction du poids  $\vec{P}$  de la fusée, de  $m$  et de la force de poussée  $\vec{F}$ . **(0,25 point)**

3.1.4 En déduire que la norme de  $\vec{a}$  s'écrit  $a(t) = \frac{\mu V_E}{m_0 - \mu t} - g_0$ . Le mouvement de la fusée est-il uniformément accéléré ? Justifiez sans calcul. **(0,5 point)**

### 3.2. Étude du mouvement d'un satellite artificiel situé à basse altitude ( $h = 200$ km)

On suppose que la Terre, de masse  $M_T$ , de rayon  $R_T$  et de centre  $O$ , est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point matériel.

Le satellite artificiel  $S$ , de masse  $m_s$ , décrit une orbite circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre. On suppose que le satellite est soumis uniquement à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On notera  $K$ , la constante de gravitation universelle.

3.2.1 Exprimer l'intensité du champ de gravitation terrestre  $G(h)$  en fonction de  $M_T$ ,  $R_T$ ,  $h$  et  $K$  puis en fonction de  $R_T$ ,  $h$  et  $G_0$  ( $G_0$  étant l'intensité du champ de gravitation terrestre au sol). **(0,5 point)**

3.2.2 Montrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est uniforme. **(0,5 point)**

3.2.3 En déduire l'expression de la vitesse  $v_s$  du satellite en fonction de  $G_0$ ,  $R_T$  et  $h$  puis celle de sa période de révolution  $T_s$ . **(0,5 point)**

3.2.4 Calculer  $v_s$  et  $T_s$  sachant que  $G_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $h = 200$  km et  $R_T = 6400$  km. **(0,5 point)**

### 3.3. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Les satellites météorologiques comme **Météosat** sont des appareils d'observation géostationnaires.

Ce satellite a été lancé par **ARIANE 5** le 28 août 2002. Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004.

Il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

3.3.1. Préciser les conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire. **(0,5 point)**

3.3.2. En déduire, pour **METEOSAT 8**, la valeur du rayon  $R_T + h$  de son orbite puis celle de son altitude  $h$ .

**Données :**  $G_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $R_T = 6370$  km ;  $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$  ;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

### EXERCICE 10 : ETUDE D'UN TEXTE SCIENTIFIQUE

Lire attentivement le texte ci-dessous, extrait du livre de Jules Verne " **Autour de la Lune** " Edition Hetzel 1870, réédité en livre de poche 1993 P 122-127.

**Données :** Les astres Terre et Lune sont supposés avoir une répartition de masse à symétrie sphérique.

- masse de la Lune :  $M_L = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
- Distance entre les centres d'inertie de la Terre et de la Lune :  $r_{TL} = 3.83 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

Les trois héros ont pris place à l'intérieur d'un projectile, Colombia, qu'un canon a propulsé en direction de la Lune.

« On sait que l'attraction, autrement dit la pesanteur, est proportionnelle aux masses et en raison inverse du carré des distances. De là cette conséquence : si la Terre eût été seule dans l'espace, si les autres corps célestes, se fussent subitement annihilés, le projectile d'après la loi de Newton, aurait d'autant moins pesé qu'il se serait éloigné de la Terre, mais sans jamais perdre entièrement son poids, car l'attraction terrestre se fût toujours fait sentir à n'importe quelle distance. Mais dans le cas actuel, un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur, en faisant abstraction des autres corps célestes dont on pouvait considérer l'effet comme nul.

En effet, la trajectoire du projectile se traçait entre la Terre et la Lune. A mesure qu'il s'éloignait de la Terre, l'attraction terrestre diminuait en raison inverse du carré des distances, mais aussi l'attraction lunaire augmentait dans la même proportion. Il devait donc arriver un point où, ces deux attractions se neutralisant, le boulet ne pèserait plus. Si les masses de la Lune et de la Terre eussent été égales, ce point se fût rencontré à une égale distance des deux astres. Mais, en tenant compte de la différence des masses, il était facile de calculer que ce point serait situé aux quarante sept cinquante deuxièmes du voyage, soit en chiffres, à soixante dix huit mille cent quatorze lieues de la Terre ».

1) Dans la première phrase du texte, à quelle loi Jules Verne fait-il allusion ? Exprimer cette loi sous forme vectorielle et faire un schéma.

2) Etude du champ de gravitation terrestre.

2.a- "Si la Terre eut été seule dans l'espace", exprimer l'intensité  $G$  du vecteur champ de gravitation à l'altitude  $z$ .

2.b- En déduire que  $G$  peut s'exprimer par la relation :  $G = G_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$   $G_0$  étant l'intensité du vecteur champ de gravitation à l'altitude  $z = 0$ .

3) A quelle altitude  $z_1$ , l'intensité du vecteur champ de gravitation est-elle égale au un dix-millième de sa valeur au niveau du sol ?

3.a- Citer l'argument du texte qui illustre ce calcul.

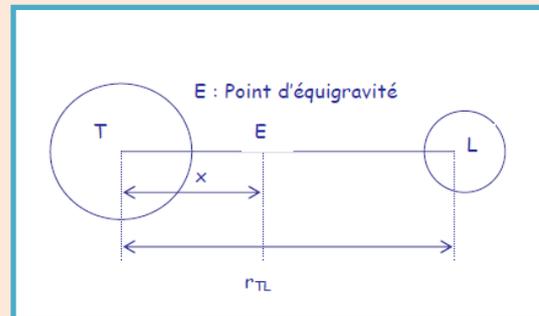
3.b- Envisageons maintenant le cas où le projectile est situé entre la Terre et la Lune, que pensez-vous de l'affirmation de Jules Verne :

"un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur" ?

La réponse devra être justifiée.

4) Dans la suite du texte Jules Verne parle d'un point où les deux attractions terrestre et lunaire se neutralisent (ce point est appelé point d'équigravité du système Terre-Lune).

4.a- Sur le schéma ci-dessous représenter au point d'équigravité E le vecteur champ gravitation terrestre et le vecteur champ de gravitation lunaire.



4.b- Etablir que la distance  $x$  est donnée par la relation :  $x = \frac{r_{TL}}{1 + \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}$

4.c- Vérifier que le rapport  $\frac{x}{r_{TL}}$  est égal à  $\frac{47}{52}$  comme le dit Jules Verne.

### EXERCICE 11 : SYNTHÈSE SUR GRAVITATION (Extrait CONCOURS GENERAL 2007)

**NB :** Le candidat s'inspirera, au besoin, des rappels et compléments indiqués à la dernière page de l'épreuve.

#### THEME : INTERACTION.

Il y a quelques années les physiciens pensaient qu'il était nécessaire de faire appel à quatre types de forces pour expliquer la structure de l'Univers : interaction gravitationnelle, interaction électromagnétique, interaction faible et interaction forte (ces deux dernières agissant dans le noyau). Des théoriciens cherchant à réduire ce nombre de forces (Théorie unitaire de l'Univers), ont réussi à le ramener à trois. La cohésion de la matière est assurée par :

- l'interaction gravitationnelle à l'échelle astronomique,
- l'interaction électromagnétique à l'échelle des atomes et des molécules ou de la matière perçue par l'homme,
- l'interaction forte à l'échelle du noyau.

#### PREMIERE PARTIE : INTERACTION GRAVITATIONNELLE.

Les mouvements des planètes ont fait l'objet de nombreuses observations depuis l'antiquité. Le centre d'inertie de la Terre, par exemple, suit une trajectoire elliptique autour du Soleil dans le repère de Copernic. La somme vectorielle des forces appliquées à la Terre n'est pas nulle, car si elle était nulle le mouvement de la Terre serait rectiligne uniforme.

Des conclusions semblables sont suggérées par l'observation des mouvements des planètes autour du Soleil, du mouvement de la Lune ou des satellites artificiels autour de la Terre [...]

De nombreux satellites artificiels tournent actuellement autour de la Terre, mais aussi autour d'autres planètes du système solaire. Certains satellites sont dits géostationnaires. Ils tournent dans le repère géocentrique autour de la Terre mais paraissent immobiles par rapport à tout point de la surface de celle-ci. Cette caractéristique est particulièrement importante pour les satellites de télécommunication.

#### A : Champs gravitationnels. (15 Points)

**A-1** La loi de l'attraction universelle due à Newton a permis une interprétation remarquablement précise des mouvements évoqués ci-dessus.

Elle s'énonce ainsi : *Deux objets ponctuels A et B, de masses  $m$  et  $m'$ , séparés par une distance  $r$ , exercent l'un sur l'autre des forces attractives dirigées suivant la droite qui les joint et de même intensité  $f = f' = G \frac{mm'}{r^2}$*

*soit, en vecteurs :  $\vec{f} = \vec{f}' = G \frac{mm'}{r^2} \vec{u}$*   $G$  est une constante et  $\vec{u}$  un vecteur unitaire pris sur la droite joignant les deux objets.

**A-1-1**  $G$  est la constante de gravitation universelle. Donner son unité dans le système international.

**A-1-2** On considère deux corps ponctuels A et B, de masses respectives 100 kg et 2 kg, distants de 1 m l'un de l'autre.

- Calculer l'intensité de la force de gravitation  $f$  exercée par B sur A. On prendra  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI  
- Cette force peut s'écrire :  $f = mg$  où  $g$  est le vecteur champ de gravitation créé par B au point où est placé A. Donner l'expression du vecteur  $g$  et préciser ses caractéristiques. Faire un schéma où seront représentés les corps A, B ainsi que  $f$  et  $g$ .

**A-2** Pratiquement, les seuls champs de gravitation qui se manifestent de manière sensible sont ceux des astres. On peut admettre avec une très bonne précision que ceux-ci sont des solides constitués chacun par des couches sphériques de même centre ; chaque couche étant homogène ; on dit qu'ils ont une répartition de masses à symétrie sphérique. On démontre que le vecteur champ de gravitation créé par un solide à répartition de masses à symétrie sphérique en tout point de l'espace est le même que celui créé par un point matériel de même masse confondu avec son centre.

**A-2-1** Donner les caractéristiques du vecteur champ de gravitation terrestre  $g_T$  en un point situé à une distance  $r = 149,5 \cdot 10^6$  km du centre de la Terre (cette valeur de  $r$  représente la distance Terre - Soleil). En déduire l'intensité de la force d'interaction Terre - Soleil.

Masse du Soleil :  $M_s = 1,98 \cdot 10^{30}$  kg ; masse de la Terre :  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg.

**A-2-2** La Lune est un satellite naturel de la Terre, sa masse  $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}$  kg, la distance qui sépare son centre d'inertie à celui de la Terre vaut  $d = 3,84 \cdot 10^8$  m. Comparer les champs gravitationnels créés par la Terre et la Lune en un point C situé à  $10^4$  km du centre de la Terre. Quelle est l'influence du champ gravitationnel lunaire sur le mouvement d'un satellite artificiel de la Terre ?

### **B- Mouvement d'un satellite de la Terre. (10 points)**

On considère un satellite de la Terre. Le satellite est à l'altitude  $h$  et décrit une orbite circulaire de rayon  $r$ . La masse de la Terre sera notée  $M_T$  et celle du satellite  $m$ .

**B-1** Le satellite n'étant soumis qu'à la seule force de gravitation terrestre, montrer que son mouvement est uniforme.

**B-2** Etablir, en fonction  $G$ ,  $M_T$  et  $r$ , l'expression de la vitesse  $v$  et celle de la période  $T$  du satellite.

Faire l'application numérique avec les données suivantes :

Masse de la Terre :  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg ; Rayon de la Terre :  $R_T = 6370$  km,

Altitude du satellite :  $h = 320$  km

**B-3** Après avoir précisé le plan du mouvement d'un satellite géostationnaire, calculer son altitude. En quoi la caractéristique essentielle évoquée dans le texte pour le satellite géostationnaire est particulièrement importante ?

**B-4** La navette spatiale Columbia a été placée sur une orbite circulaire à l'altitude de 250 km. Calculer sa vitesse et sa période.

Le plan de l'orbite de Columbia passait le 28 Novembre 1983 par Cherbourg et Nice, ces deux villes sont distantes de 940 km. Calculer l'intervalle de temps séparant les passages de Columbia au dessus de ces deux villes (on néglige la rotation terrestre).