SERIE 2 ET 3 : APPLICATIONS DES BASES FONDAMENTALES DE LA DYNAMIQUE

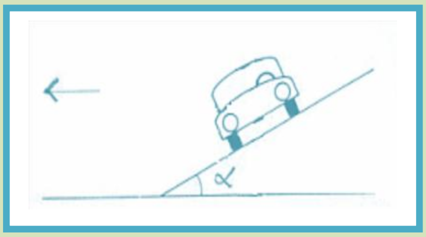
EXERCICE 1 : CONNAISSANCES DU COURS

1. Énoncer le principe de l'inertie.
2) Énoncer le théorème du centre d'inertie.
3. Le théorème du centre d'inertie appliqué à un solide s'écrit : $\vec{F} = m.\vec{a}_G$.
3.1. Que représente $\vec{F}$?
3.2. Comment choisir le référentiel d'étude du mouvement ?
3.3. Peut-on projeter cette relation dans une base quelconque ?
3.4. Donner l'expression de $\vec{a}_G$ dans le cas :
- d'un mouvement uniforme
- d'un mouvement circulaire uniforme.

3.6. Si $\vec{F} = \vec{0}$, le solide est-il nécessairement au repos ?
4. Énoncer le théorème de l'accélération angulaire.
5. Indiquer comment on doit procéder pour appliquer systématiquement le théorème du centre d'inertie ou de l'accélération angulaire.
5. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Une variation d'énergie cinétique peut elle être négative ? Justifier et illustrer par un exemple.

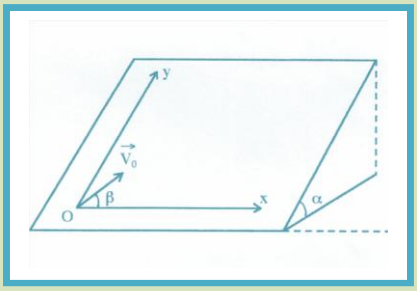
EXERCICE 2 :VEHICULE EN VIRAGE

On étudie le mouvement d'un véhicule de masse m = 1 tonne dans un virage relevé d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale et de rayon r = 25 m.
En admettant que l'adhérence des pneus est parfaite, calculer la vitesse V que le véhicule doit avoir pour tourner sans problème.



EXERCICE 3 : MOUVEMENT SUR UNE TABLE A COUSSIN D'AIR INCINEE

Données : $g = 10\ m.s^{-1}$, $\alpha = 10°$, $\beta = 50°$
Sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle à par rapport au plan horizontal, on étudie le mouvement d'un palet.
A la date t = 0, on lance, avec une vitesse à partir du point O, le palet vers le haut dans le plan de la table.
On étudie le mouvement du centre d'inertie G dela table dans le plan rapporté au repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$.
L'axe (Oy) qui porte le vecteur unitaire$\vec{j}$est doncparallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.

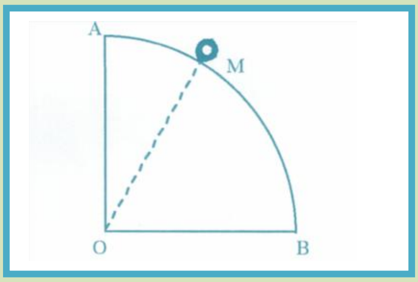


1) Etablir l'équation du mouvement du centre d'inertie G du palet.
2) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire décrite par le centre d'inertie G du palet dans le repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$. Quelle est sa nature ?
3) Donner en fonction de α, β, g et V_o l'expression de l'ordonnée maximale y_{max}atteinte par le centre d'inertie G du palet dans le plan (O, x, y). La mesure de l'ordonnée maximale donne y_{max}= 80 cm. Calculer la valeur de la vitesse initiale V_o du palet.

EXERCICE 4 : MOOUVEMENT SUR UNE PISTE CIRCULAIRE

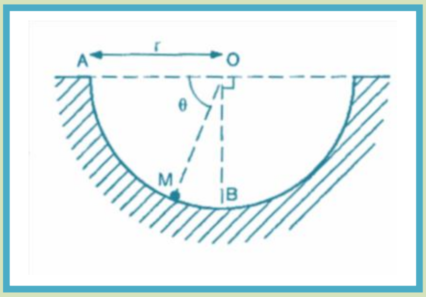
PARIE A : SOLIDE SUR UNE PISTE SPHERIQUE

Un solide S de petites dimensions, de masse m et assimilable à un point matériel, est placé au sommet A d'une piste circulaire AB. AB est dans le plan vertical et représente un quart de circonférence de centre O et de rayon r = 5 m.
On déplace légèrement le solide S pour qu'il quitte la position A avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la piste.
Le solide perd le contact avec la piste en un point C tel $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = \alpha$.
On repère le mobile M par l'angle θ tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}) = \theta$.



PARTIE B : BOULE SUR UNE AUGE SPHERIQUE

Une boule, assimilable à un point matériel de masse m = 2 kg glisse sans frottement le long d'une piste circulaire ABC de centre O et de rayon r = 1,2 m. On repère la position de la boule par l'angle θ.



1) Exprimer V_M, norme de la vitesse de la boule en fonction de θ, r et g.

2) Exprimer en fonction de θ, r, m et g, l'intensité de la réaction $\vec{R}$ que la piste exerce sur la boule.
En quel point cette intensité est-elle maximale ?

EXERCICE 5 : MOBILE SUR PISTE COMBINEE

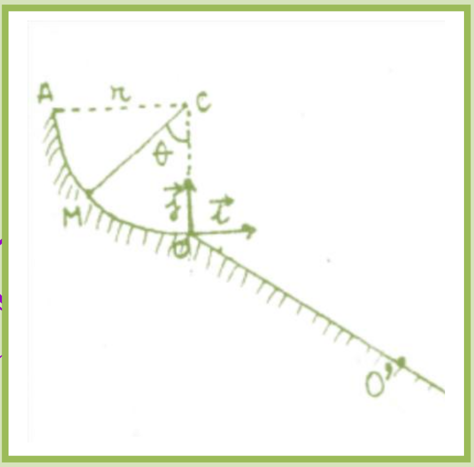
PARTIE A : (Extrait BAC D 91 actuel BAC S2)

Données : g = 10 m.s^{-2} , m = 10 grammes

On dispose d'un rail AO dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon r = 1,0 mètres, conformément à la figure ci-contre.

Un point matériel de masse m, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement.

En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45°. Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O'.



1) On repère la position du point matériel par l'angle θ.
Exprimer $||\vec{V}_M||$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction de θ, r et g.

2) Exprimer en fonction de θ, g et m l'intensité de la force $\vec{R}$ que le rail exerce sur le point matériel. En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3) Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_0$ au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O', point de contact avec le plan incliné dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4) Exprimer la distance OO' en fonction de Vo et g et la calculer.

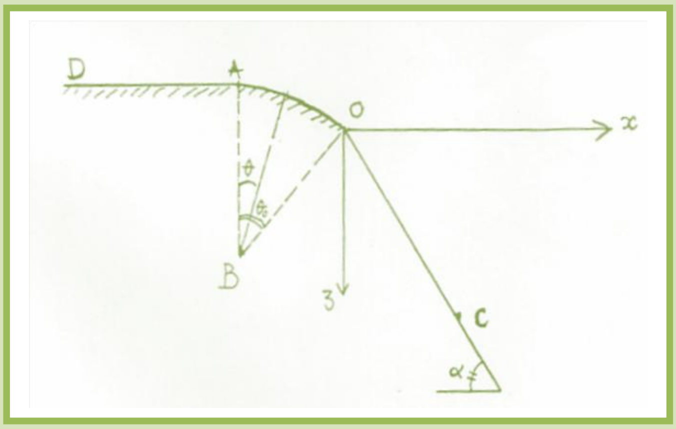
5) En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne OO'= 4,7 mètres.
Evaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO'.

PARTIE B :(Extrait BAC S1 S3 98)

Tous les frottements sont négligeables : on prendra g = 10 m.s^{-2}

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA, à vitesse constante. En A, il aborde une piste circulaire de rayon r = AB. (B est sur la verticale passant par A). Voir figure.

On admet que le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit la forme de la piste.



1) Etablir l'expression littérale de la vitesse V_M en fonction de l'angle θ = ABM et de la vitesse V_A.

2) Le skieur quitte la piste en un point O tel que θ_0 = ABO . Calculer la valeur de l'angle θ_0.

3) Au même point O commence une troisième partie rectiligne faisant un angle α = 45° avec la verticale.

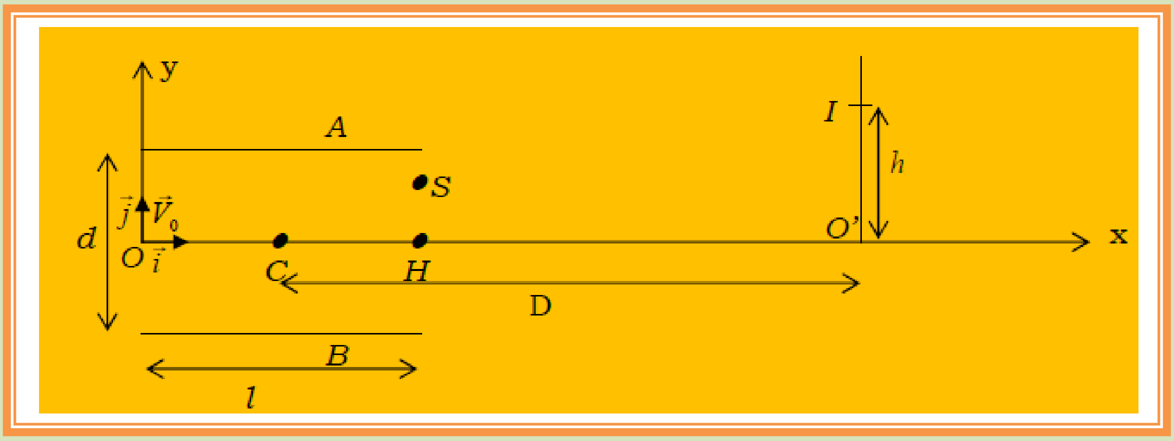
3.a - Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère (O, x, z).

3.b - Le skieur arrive sur la piste de réception au point C , Calculer la distance OC.

Données : VA = 10 m.s^{-1}, AB = r = 20 m .

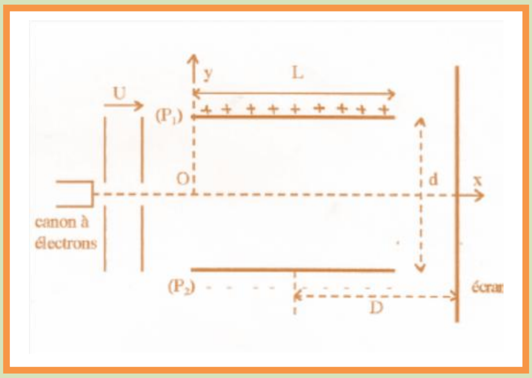
EXERCICE 6 : PARTICULES DEANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

Deux plaques métalliques A et B de longueur l sont placés horizontalement l'une à l'autre dans une enceinte où règne un vide poussé. La distance entre les deux plaques est notée d. Un faisceau homocinétique de protons pénètre entre les plaques A et B au point O avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ horizontale.
Le poids des particules a un effet négligeable sur leur mouvement. Leur charge est notée q, leur masse est notée m.



1. Donner la direction et le sens du vecteur champ $\vec{E}$ créé entre les deux plaques pour que le faisceau homocinétique de protons soit dévié vers le haut (point S de la figure).
2. Quel est alors le signe de la tension U_{AB} établie entre les plaques A et B ?
3. La trajectoire du proton entre O et S se trouve dans le plan contenant le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Etablir, dans ce repère, l'équation de cette trajectoire. Quelle est la nature de la trajectoire ?
4. Les protons sortent du champ électrostatique au point S et sont reçus en I sur un écran plan placé perpendiculairement à l'axe Ox.
   Quelle est la nature du mouvement des protons entre S et I ?
5. Etablir l'expression littérale donnant la distance h = O'I en fonction de q, E, l, m, V_0 et D = CO' (l'abscisse du point C est $x_C = OC = \frac{l}{2}$).
   Rappel mathématique : propriété d'une parabole de sommet O (x = 0 ; y = 0). La tangente à une parabole au point d'abscisse x coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $\frac{x}{2}$.
   Application numérique :
   $q = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $V_0 = 1{,}0.10^{6}$ m.s^{-1} ; l = 5,0 cm ; $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; $E = 2{,}0.10^{4}$ V.m^{-1} ; D = 50 cm.

EXERCICE 7 : DEFLEXION ELECTROSTATIQUE (Extrait BAC D 93 actuel S2)

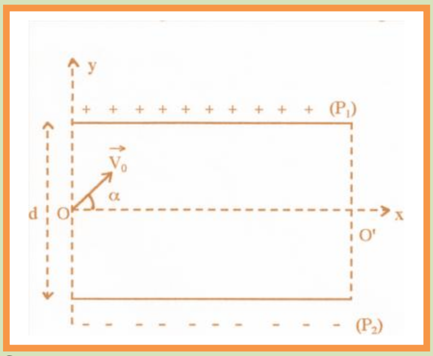


On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C , $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg
1) On considère un faisceau d'électrons émis à partir du filament d'un canon à électrons d'un oscilloscope.
Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et sont accélérés par une tension U réglable établie entre le filament et l'anode A du canon d'électrons.
On règle la tension U pour que les électrons atteignent la vitesse V = 16 000 km.s^{-1} .
1) Calculer la valeur correspondante de U.
2) Le faisceau d'électrons obtenu pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse V = 16 000 km.s^{-1}. La largeur de la plaque est L = 8 cm. La tension entre les armatures est U_1. La distance entre les armatures est d.
2.a- Établir l'équation du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.
2.b- Quelle est la condition d'émergence du faisceau d'électrons ? (relation entre V, U, m, L et d pour que le faisceau d'électrons ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).
2.c- Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau d'électrons sur l'écran est proportionnelle à la tension U_1.
2.d- La sensibilité verticale $s = \frac{U_1}{y}$ vaut 10 V.cm^{-1}. Quelle doit être la distance D sachant que d = 2 cm ?

EXERCICE 8 :PARTICULE ALPHA EN MOUVEMENT DANS UN CONDENSATEUR

Données : Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C , Masse de la particule a : $m = 6{,}64.10^{-27}$ kg.

Un faisceau de particules α (ions He^{2+}) pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse de valeur $V_0 = 448$ km. s^{-1} dont la direction fait un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale. La largeur de la plaque est L = 10 cm , la distance entre les armatures est d = 8 cm , la tension entre les armatures est U.



1) Etablir l'équation du mouvement d'une particule α entre les armatures du condensateur.

2) Etablir l'équation de la trajectoire d'une particule α entre les armatures du condensateur. Donner son expression numérique.

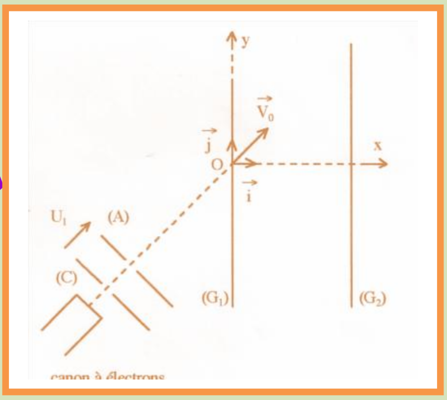
3) Quelle est la condition d'émergence d'un faisceau de particules α ? (Valeur de U pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).

4) Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sorte des armatures au point O'. Déterminer alors les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V}_0$'des particules α à leur sortie au point O'.

EXERCICE 9 : PARTICULES DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

Données : charge de l'électron : $q = - e = -1{,}6.10^{-19}$C , masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}$kg.

1) Des électrons, émis avec une vitesse initiale pratiquement nulle du filament d'un canon à électrons, sont accélérés par une tension U_1= 400 V. Calculer la valeur V_0de la vitesse des électrons à l'anode A.



2) Animés de la vitesse V0, les électrons pénètrent en O dans un espace où règne un champ électrique uniforme créé par une d.d.p. $U_2 = V_{G1}-V_{G2}$= 200 V entre deux grilles G_1 et G_2planes et parallèles. (voir figure).

Le vecteur vitesse est dans le plan du repère (O, x, y) et fait un angle $\alpha = 20{,}7°$ avec l'axe horizontal passant par O.

2.a- Exprimer, en fonction de e, m, U_1 et U_2la vitesse VS des Electrons à leur sortie au niveau de la grille G_2 . Calculer sa valeur.

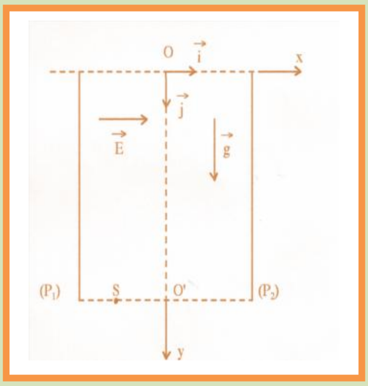
2.b- En remarquant que la composante du vecteur vitesse des électrons suivant l'axe des ordonnées est constante, trouver une relation entre V_0, V_S, α et l'angle β formé par $\vec{V}_S$ et l'horizontale.
En déduire la valeur d l'angle β.

EXERCICE 10 : PARTICULES SOUMIS A DEUX CHAMPS : PESENTEUR ET ELECTROSTATIQUE

PARTIE A : LES DEUX CHAMPS SONT PARALLELES

Donnée : g = 10 m.s-2

Une petite sphère électrisée de masse m = 2 g, considérée comme ponctuelle pénètre avec une vitesse nulle au point O, milieu de l'entrée des armatures (P_1) et (P_2) d'un condensateur. La petite sphère porte une charge de valeur absolue |q| = 400 nC. Les armatures ont une longueur L = 20 cm et sont distantes de d = 10 cm.



La tension entre les armatures du condensateur est U = 1000 V. Il règne concomitamment à l'intérieur des armatures le champ de pesanteur $\vec{g}$ et un champ électrique $\vec{E}$ dont le sens est précisé sur la figureci-contre.

1) Quel doit être le signe de la charge portée par la sphère pour que celle-ci sorte des armatures au point S ?

2) Montrer que le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré. Calculer la valeur de son accélération.

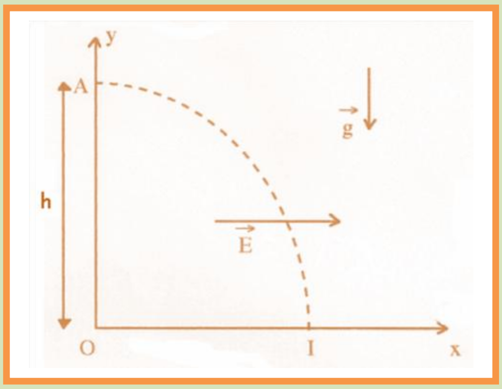
3) Établir en fonction de |q|, m, d, U, g et x l'équation de la trajectoire de la sphère entre les armatures dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Donner son expression numérique. Quelle est sa nature ?

4) Déterminer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les coordonnées du point S de sortie de la sphère des armatures.

PARTIE B : LES DEUX CHAMPS SONT ORTHOGONAUX

Dans tout l'exercice, on supposera l'existence d'un champ de pesanteur uniforme $g = 10$ m.s^{-2}.
Les expériences ont lieu dans le vide où tous les frottements sont négligeables.

Une petite sphère S de masse m = 5 g porte une charge électrique $q = 4.10^{-7}$C. S part de A à vitesse nulle et se déplace dans une zone où, en plus du champ $\vec{g}$, règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ ($E = 10^4$ $V.m^{-1}$)
On donne h = 0,5 m.
1) Comparer les valeurs de la force électrostatique Fe et du poids P. Conclure.
2) Etablir les équations horaires du mouvement.
En déduire la nature de la trajectoire.
3) Calculer la position du point I à la date t_I.
4) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}_I$.



EXERCICE 11 : MACHINE D'ATWOOD – LE TREUIL

Un treuil est constitué d'un cylindre homogène de masse *M*=20 kg, de rayon *r*=10 cm et d'axe *Z*. Une corde enroulée sur le treuil soutient un solide *S* de masse *m*=10 kg. Les masses de la corde et de la manivelle ainsi que toutes les résistances passives (frottements et résistance de l'air) sont négligeables. Calculez :

1. la tension T de la corde en situation d'équilibre ou de rotation uniforme
2. l'accélération angulaire α du treuil si on lâche la manivelle
3. l'accélération linéaire *a* du solide *S* dans sa chute lorsqu'on lâche la manivelle.

EXERCICE 12 :MACHINE D'ATWOOD – LE GYROSCOPE

Un petit gyroscope cylindrique de masse *m*=100 g et de 5 cm de rayon tourne autour de son axe à raison de 3600 tours par minute. Sachant qu'il s'arrête en 3 minutes sous l'action de résistances passives équivalentes à un couple que vous supposerez constant, calculez :

1. L'accélération angulaire α du gyroscope.
2. Le moment M du couple résistant.
3. Le nombre de tours *n* effectués entre le début du ralentissement et l'arrêt.

EXERCICE 13 :MACHINE D'ATWOOD – LE CYLINDRE

Un cylindre homogène de rayon *r* =10 cm et de masse m_{cyl} = 1kg peut tourner autour de son axe de révolution horizontal *Z*. Il soutient un solide *S* de masse *M* = 10 kg par l'intermédiaire d'une corde enroulée sur le cylindre. Le cylindre est traversé, suivant un diamètre, par une tige *t* portant à ses extrémités deux masses égales de valeur *m* = 0.5 kg, pratiquement confondues avec leurs centres de gravité situés à une distance *l* = 50 cm de l'axe *Z*. Le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale. Calculez, en négligeant les masses de la corde et de la tige *t* ainsi que les résistances passives :

1. L'accélération linéaire *a* du mouvement de *S.*
2. La tension *T* du brin qui supporte *S* pendant ce mouvement.
3. Le nombre de tours *n* effectués par le cylindre depuis le départ jusqu'au moment où la corde quitte le cylindre sachant que la masse *M* est alors descendue d'une hauteur *h* = 5m.
4. La vitesse angulaire ω du cylindre à ce moment là.

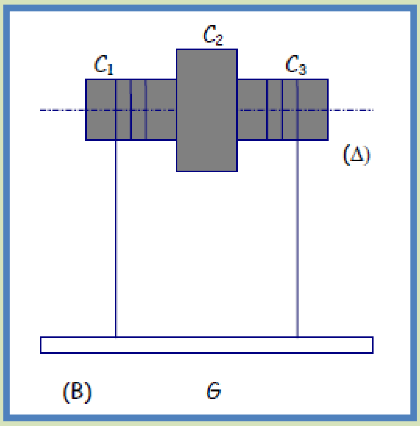
EXERCICE 14 :MACHINE D'ATWOOD – LA POULIEL

Un fil de masse négligeable passe sur la gorge d'une poulie de 100 g et de rayon *r* = 6 cm. Vous supposerez que la poulie tourne sans frottement autour d'un axe horizontal et que toute la masse de la poulie est répartie sur sa circonférence. Le fil porte une masse *M* = 300 g et une masse *m* = 100 g. La masse *M* se trouve à 3 m au-dessus du sol et la masse *m* est au niveau du sol sans toutefois y reposer. Vous abandonnez le système à lui-même au temps *t* = 0. Calculez :

1. l'accélération prise par la masse *M*
2. la tension *T* dans chaque brin pendant le mouvement
3. la vitesse *v* de *M* lorsqu'elle arrive au sol
4. la vitesse angulaire ω de la poulie lorsque *M* arrive au sol
5. la force tangentielle *F* qu'il faut appliquer à la poulie pour qu'elle s'arrête après 6 tours, le fil supportant *m* étant coupé quand *M* arrive au sol.

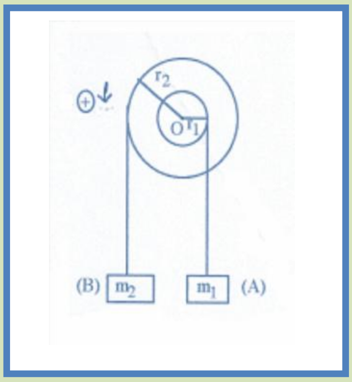
EXERCICE 15 :CYLINDRE A DEUX GORGES (Extrait BAC CE 1995 actuel BAC S1S3)

N.B. : On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse M et de rayon R par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$.



Un solide (S) homogène est formé de trois cylindres (C_1), (C_2) et (C_3) accolés et ayant le même axe de révolution. Les cylindres (C_1) et (C_3) sont identiques , ils ont la même masse m et le même rayon r.
Le cylindre (C_2) a une masse M = 4 m et un rayon R = 2r.
Le solide (S) est mobile sans frottement autour d'un axe(Δ) horizontal confondu avec son axe de révolution. La barre (B) homogène, de masse M' = 3m, est suspendue par deux fils verticaux, inextensibles et de masse négligeable, enroulés sur les cylindres (C_1) et (C_3) auxquels ils sont fixés par leurs extrémités.
La barre (B) est abandonnée sans vitesse initiale.
1) Calculer, en fonction de m et de r, le moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe (Δ).
2) Exprimer en fonction de m et v (vitesse du centre d'inertie G de la barre), l'énergie cinétique du système(S) et (B).
3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de v en fonction de g et de h, hauteur de chute de la barre. En déduire, en fonction de g, l'accélération a de la barre.

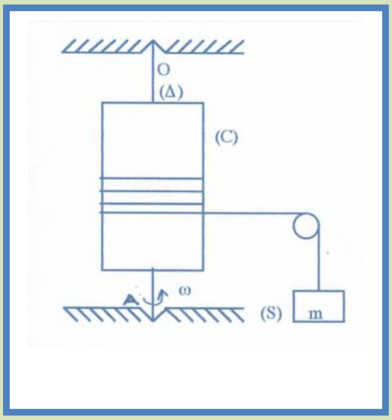
EXERCICE 16 : POULIE A DEUX GORGES



Dans le système représenté ci-contre le moment d'inertie de la poulie à deux gorges vaut J_Δ= 0,17 kg. m^{-2}, les frottements sont négligeables et les fils sont inextensibles et de masses négligeables. La charge A a une masse m_1= 3 kg et la charge B une masse m_2 = 2 kg. Les rayons r_1 et r_2 sont tels que $r_2 = 2r_1$ = 40 cm.
A la date t = 0, on abandonne le système sans vitesse initiale.
1) Montrer que le système se déplace dans le sens indiqué sur la figure.
2) Calculer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$de la poulie et en déduire les accélérations linéaires a_1 de A et a_2 de B.
3) Calculer les tensions T_1 et T_2 de chaque brin de fil sur A et B.
2) Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides (S_1), (S_2), le treuil et le câble en fonction de la vitesse linéaire V des solides (S_1) et (S_2).
3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de la vitesse V en fonction de g, des différentes masses, de l'angle α et de h, hauteur de chute de (S_2).
En déduire, en fonction de g et des différentes masses, l'accélération a du système. Calculer sa valeur.

EXERCICE 17 : CYLINDRE + POULIE

Données : g = 10 m.s^{-2} , m = 50 g , M = 2900 g , R = 20 cm
Moment d'inertie d'un cylindre par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$
Un cylindre homogène (C) de masse M et de rayon R peut tourner librement autour de son axe vertical (D).
Un fil inextensible de masse négligeable, peut tourner sans glisser autour du cylindre (C) de masse négligeable. Le fil passe ensuite par la gorge d'une poulie (P) de masse négligeable comme le montre la figure ci-contre. Un solide (S) de masse m est accroché à l'autre extrémité du fil.



On néglige tous les frottements.
On abandonne le système sans vitesse initiale et on détermine avec un chronomètre le temps mis par le cylindre pour effectuer n tours complets à partir du repos. On obtient les résultats suivants :

n(tours)	1	2	3	4
t(s)	2,7	3,9	4,8	5,6
t² (s²)	7,3	15,2	23,0	30,7

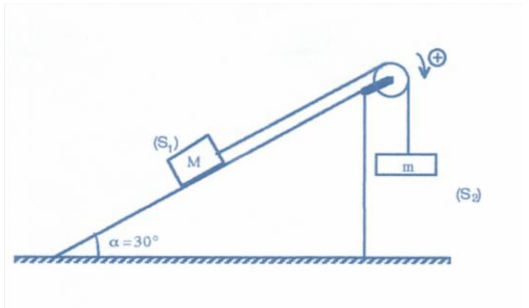
1) Tracer le graphe n = f(t²).

Echelles : 1cm pour 2,5 s^2et 2cm pour 1 tour.
2) Quelle est la nature du mouvement du cylindre ? Justifier la réponse.
3) Déterminer la valeur expérimentale de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$exp du cylindre (C).
4) Montrer que l'expression de l'accélération angulaire théorique du cylindre (C) peut se mettre sous la forme : $\ddot{\theta}_{th} = \frac{mgR}{J_\Delta + mR^2}$. Calculer sa valeur.

5) Comparer la valeur expérimentale de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_{exp}$ du cylindre et sa valeur théorique $\ddot{\theta}_{th}$. Commenter brièvement ces résultats.

EXERCICE 18 : TREUIL SUR PLAN INCLINE

N.B.: On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse m0 et de rayon R par rapport à son axe de rotation (Δ) est $J_\Delta = \frac{1}{2} M_0R^2$.



Considérons le système suivant constitué d'un treuil de masse m_0, d'un solide (S_1) de masse M, d'un solide (S_2) de masse m et d'un câble inextensible et de masse négligeable entouré autour du treuil et portant à ses extrémités les solides (S_1) et (S_2).
On abandonne à l'instant initial le système sans vitesse initiale. Le solide (S_1) se déplace alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné qui fait un angle α = 30° avec l'horizontale.
On donne : M = 3kg , m = 2 kg , m_0= 1,25kg , g = 10 $m.s^{-2}$.
1) Montrer que le système se déplace dans le sens indiqué sur le schéma.
2) Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides (S_1), (S_2), le treuil et le câble en fonction de la vitesse linéaire V des solides (S_1) et (S_2).
3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de la vitesse V en fonction de g, des différentes masses, de l'angle α et de h, hauteur de chute de (S_2).
En déduire, en fonction de g et des différentes masses, l'accélération a du système. Calculer sa valeur.

EXERCICE 19 : POULIE + CYLINDRE (extrait CGS SENEGAL 98)

Données : g = 9,80 $m.s^{-2}$, m = 100 g , M = 150 g , r = 2,00 cm , α = 60°.
Soit une tige métallique homogène OA, de section constante , cette tige traverse diamétralement un cylindre (C) d'axe horizontal de rayon r, mobile **sans frottement** autour d'un axe (Δ) horizontal (confondu avec l'axe de révolution de (C)). La tige est muni de deux masselottes identiques considérées comme ponctuelles de masse M chacune. Ces masselottes sont placées à une même distance d par rapport à l'axe (Δ) de rotation (**figure 1).**
Un fil inextensible de masse négligeable est enroulé sur le cylindre (C). Ce fil passe par ailleurs sur la gorge d'une poulie (P) (dont on néglige la masse et les frottements sur son axe) et supporte un solide (S) de masse m, qui peut se déplacer sur un plan incliné d'un angle α par rapport à la direction horizontale.
L'ensemble des frottements du plan incliné sur le solide (S) équivaut à une force unique $\vec{f}$ de mêmedirection que le plan incliné, de sens contraire au mouvement de (S) et d'intensité f supposée constante.
(figure 2)
On désigne par J_Δ le moment d'inertie du système S (cylindre + tige + masselottes) et J_0le moment d'inertie du système S' (cylindre + tige).

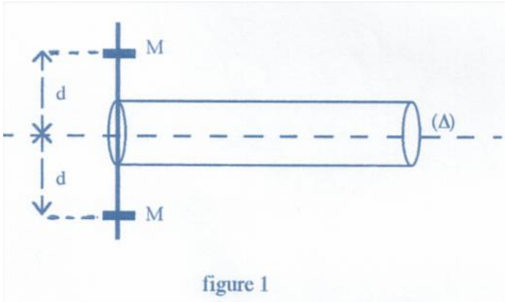


figure 1

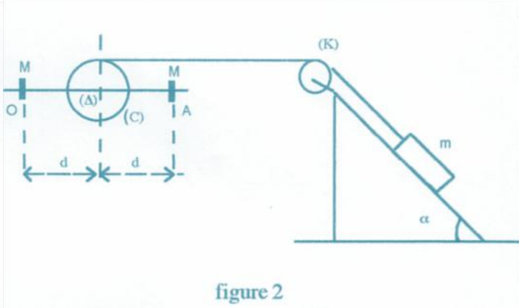


figure 2

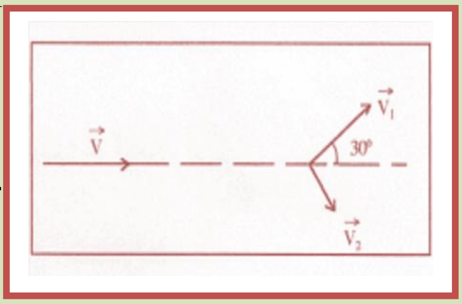
1) On abandonne le système sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps t = 0, on demande d'établir, par application des lois de la dynamique l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ en fonction de m,r, J_Δ, f, α et g puis en fonction de m, r, J_0, d, M, f, α et g.
2) Etablir la loi horaire du mouvement de rotation en supposant qu'à l'instant t = 0 l'abscisse angulaire θ de la tige est nulle. La tige effectue 4 tours en 6,5 secondes, calculer son accélération angulaire.
3) Afin d'étudier l'influence du moment d'inertie sur le mouvement de la tige, on mesure le temps qu'elle met pour faire deux tours pour diverses valeurs de d.

d (cm)	6	10	14	18
t (s)	3,16	3,76	4,51	5,36

3.a- Construire le graphe de la fonction $t^2 = f(d^2)$.
Echelles : 1 cm pour 2.10^{-3} m² et 1 cm pour 2 s².
3.b- Montrer que la relation littérale liant t^2 et d^2 peut se mettre sous la forme : $t^2 = a\,d^2 + b$ avec a et b des constantes que l'on exprimera en fonction de m, r, J_0, M, f, a et g.
3.c- A partir du graphique, calculer f et J_0.

EXERCICE 20 : CHOC PARFAITEMENT ELASTIQUE 1

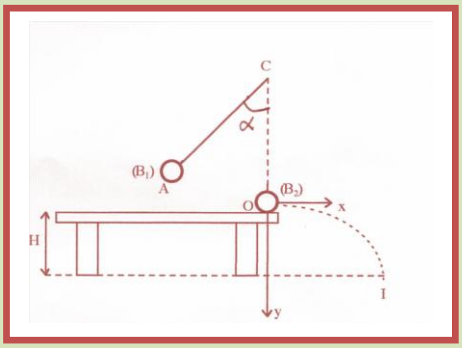
N.B.: On considère les chocs étudiés comme parfaitement élastiques.
1) Une particule α animée d'une vitesse de norme V = 10 000 km.s^{-1} rencontre une autre particule α initialement au repos. Après le choc, la particule α incidente est déviée d'un angle de 30° par rapport à sa direction initiale et sa vitesse est $\|\vec{V}_1\|$.
L'autre particule α possède alors la vitesse $\|\vec{V}_2\|$.
Déterminer l'angle θ que font les directions de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ puis calculer leurs normes $\|\vec{V}_1\|$ et $\|\vec{V}_2\|$.



2) Pour déterminer la masse d'une particule que l'on suppose être une particule α , on étudie le choc suivant :
La particule considérée de masse M animée de la vitesse $\vec{V}$de norme V= 10 000 km.s^{-1} vient heurter un proton immobile de masse m. Après le choc, les vitesses $\vec{v}_1$'de la particule α et $\vec{V}_2$' du proton sont colinéaires. De plus, on trouve V_2' = 16 000 km.s^{-1}.
2.a- Montrer que la masse de la particule α peut se mettre sous la forme : M = k.m où k est un entier positif que l'on déterminera.
2.b- Sachant que m = $1,67.10^{-27}$kg, calculer M.

EXERCICE 21 : CHOC PARFAITEMENT ELASTIQUE 2

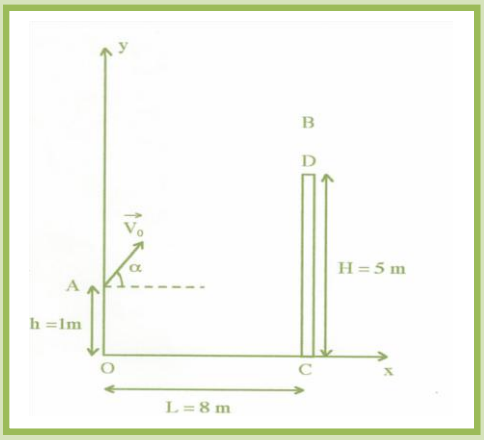
Le dispositif étudié est constitué d'un fil de masse négligeable et de longueur l = 90 cm dont une des extrémités, C, est fixe.
A l'autre extrémité est attachée une petite boule (B_1) de masse m_1 = 40 g assimilable à un point matériel.
Une autre petite boule (B_2) supposée ponctuelle, de masse m_2 = 20g est posée sur le rebord d'une table de hauteur H = 80 cm.
La boule (B_1) est amenée au point A, le fil occupant la position CA telle que l'angle α = 60°, puis elle est abandonnée à elle-même sans vitesse initiale.



On négligera l'influence de l'air.
1) Avec quelle vitesse V_1 la boule (B_1) vient - elle heurter la boule (B_2) placée au point O ?
2) Calculer la tension T du fil quand la boule (B_1) passe par le point O.
3) En admettant que le choc est parfaitement élastique, calculer la vitesse V_2de la boule (B_2) juste après le choc.
4) Donner, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$l'équation du mouvement de la boule (B_2) après le choc puis établir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans ce même repère et dire quelle est sa nature ?
5) Calculer les coordonnées du point I d'impact de la boule (B_2) sur le sol puis calculer la durée de son mouvement entre les points O et I.

EXERCICE 22 : PROJECTILE

Donnée : $g = 10\ m.s^{-2}$



Un projectile considéré comme ponctuel est lancé, dans le champ de pesanteur, à partir d'un point A situé à la distance h = 1 m du sol, avec une vitesse faisant un angle α avec l'horizontale et de valeur $V_0 = 16\ m.s^{-1}$. Un mur de hauteur H = 5 m est disposé à la distance L = 8 m du lanceur.

1) Établir l'équation du mouvement du projectile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile. Quelle est sa nature ?

3) Entre quelles valeurs doit être compris l'angle a pour que le projectile passe au dessus du mur ?

4) On fixe la valeur de α à 45°.

4.a- Soit B le point de passage du projectile au dessus du mur. Calculer la distance d séparant le sommet du mur au point B.

4.b- Soit V_B la vitesse du projectile au point B. Notons β l'angle formé par la vitesse $\vec{V}_B$ et l'horizontale $\beta = (Ox, \vec{V}_B)$. Calculer β.

4.d- 4.c- Calculer l'altitude maximale Ymax atteinte par le projectile. Déterminer la portée X_P du tir.

EXERCICE 23 : REUSSIR LES BALLES ARRETEES (Extrait Bac S2 2002)

On néglige l'action de l'air sur le mouvement du ballon et on prendra $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

Lors d'un match de football, pour marquer un but, il faut que le ballon passe dans un cadre rectangulaire. Ce cadre est constitué de deux montants verticaux réunis au sommet par une barre transversale qui est à une hauteur h = 2,44 m du sol.

XOY est le plan vertical et XOZ le plan horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel dont la masse m = 430 g. Le ballon est posé au point O sur le sol horizontal face au cadre à une distance d = 25 m. **(figure1)**

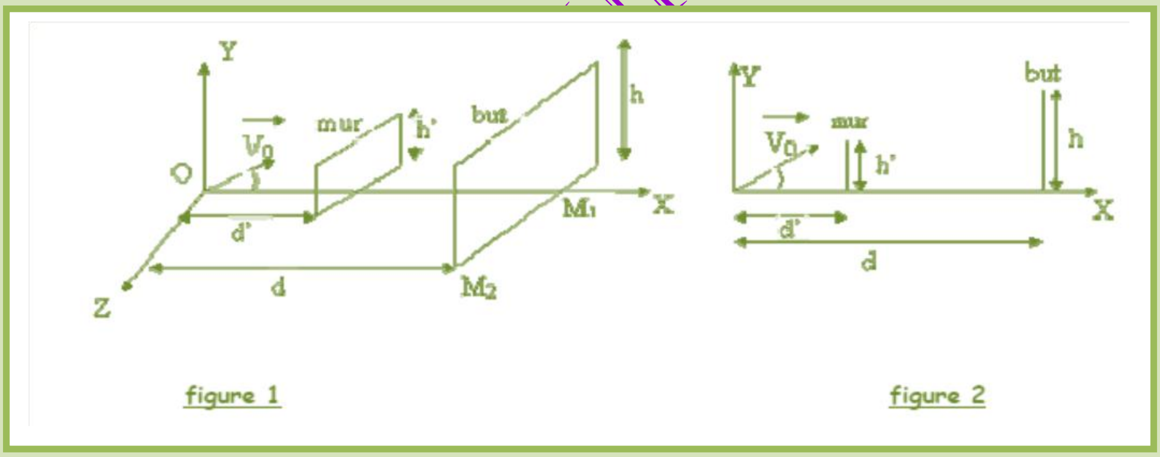


figure 1 figure 2

1erCas : tir sans obstacle.

1) Un joueur, non gêné par un adversaire, tire le ballon avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$contenue dans le plan vertical XOY. Sa direction fait un angle α = 30° avec le plan horizontal.

1.a- Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan vertical.

1.b- Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon dans le système d'axes indiqué.

1.c- Entre quelles valeurs doit se situer la norme de $\vec{V}_0$pour que le but soit réussi ?

2ème Cas : tir avec obstacle.

2) Le joueur effectue à nouveau son tir mais on place un mur en face du ballon à une distance d = 9,15 m. La direction du mur est parallèle à l'axe OZ et sa hauteur h ' = 1,75 m.. Le joueur tire sur le ballon et lui communique une vitesse$\vec{V}_0$, de valeur $V_0 = 16{,}83\ m.s^{-1}$ et faisant un angle α = 30° avec le sol horizontal.

2.1- Montrer que :

2.1 a- le ballon n'est pas arrêter par le mur.

2.1 b- le point d'impact du ballon sur le sol est $M_1(25m ; 0; 0)$

2.2 Quelle est la durée du trajet du mouvement du ballon entre O et le but.
2.3 Le gardien de but est au point M_2 (25m; 0; 3,66m), il voit le ballon lorsque ce dernier passe au dessus du mur.
A partir de cet instant, à quelle vitesse V, supposée constante, doit-il se déplacer suivant une direction parallèle à OZ pour empêcher le ballon de rentrer dans le but ?

EXERCICE 24 : ETUDE GRAPHIQUE DU MOUVEMENT D'UN SOLIDE SUR PLAN INCLINE

Données : $g = 10\ m.s^{-2}$, m = 200 g
Un mobile de masse m glisse sans frottement le long de la plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Le mobile a été lâché sans vitesse initiale. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du mobile a été déclenché à une date quelconque que l'on prendra comme origine des temps.
Le tableau ci-dessous donne les abscisses du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps.

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
x(cm)	0	7,5	18,0	31,5	48	67,5	90,0
V(m/s)							

1) Les intervalles de temps séparant deux mesures consécutives sont suffisamment courts pour qu'on puisse confondre les valeurs des vitesses instantanées et des vitesses moyennes.
Calculer les valeurs des vitesses aux dates : t = 0,1 s, t = 0,2 s, ..., t = 0,5 s et compléter le tableau de mesure.
2) Tracer la courbe V = f(t) donnant les variations de la vitesse en fonction du temps. En déduire l'accélération du mobile, sa vitesse à la date t = 0 s ainsi que sa date de départ.
3) On suppose tout d'abord les frottements négligeables.
Établir l'expression de l'accélération a du mobile. En déduire la valeur de l'angle α.
4) En réalité, la mesure directe de l'angle α donne 23°. On suppose que la seule force qui s'exerce sur le mobile est la composante tangentielle de la réaction de la table et qu'elle est constante. Donner alors les caractéristiques (norme et direction) de la réaction $\vec{R}$ exercée par la table sur le mobile.

EXERCICE 25 : CHUTE LIBRE – CHUTE RALENTIE(Extrait Bac S2 2013)

Dans beaucoup de moteurs, pour diminuer l'usure des pièces mécaniques, on utilise des huiles dont l'une des caractéristiques fondamentales est la viscosité.
Dans ce qui suit, on se propose de déterminer la viscosité d'une « huile moteur ». Pour cela, on étudie la chute verticale d'une bille en acier d'abord dans l'air puis dans l'huile. Dans les deux cas, la bille est lâchée sans vitesse initiale à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) vertical et orienté vers le bas et l'instant de lâcher est pris comme origine des dates t = 0.
Sur la bille s'exercent les trois forces suivantes :
- Son poids $\vec{P}$;
- La résistance $\vec{f}$ du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité f = 6 π η r V, expression où η est la viscosité du fluide supposée constante, V la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon ;
- La poussée d'Archimède $\vec{F}$ qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité $F = \rho V_B g$ relation où ρ est la masse volumique du fluide, V_B le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

3.1 Etude du mouvement de la bille dans l'air.
3.1.1. Représenter les forces appliquées à la bille à une date t > 0. **(0,25 point)**
3.1.2. Calculer l'intensité de chacune de ces forces pour V = 5 m/s. En déduire qu'on peut négliger les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ devant celle du poids. **(0,5 point)**
3.1.3. Etablir les équations horaires de la vitesse V(t) et de l'abscisse x (t) de la bille puis préciser la nature du mouvement de la bille dans l'air. **(0,5 point)**
3.1.4. Au bout d'un parcours de 50 cm depuis le point O, la bille acquiert une vitesse de 3,16 m/s.
. Montrer que cette information confirme l'approximation faite à la question 3.1.2.**(0,5 point).**
3.2. Etude du mouvement de la bille dans l'huile
3.2.1. Les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ ne sont plus négligeables devant celle du poids.
Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille peut s'écrire sous la forme : $\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau}V = C$ où C et τ sont des constantes. **(0,5 point)**

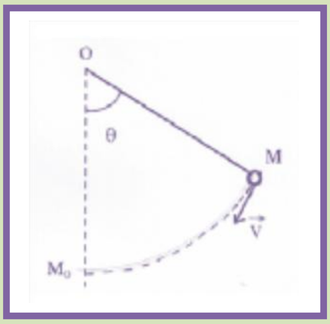
3.2.2. Donner l'expression de C en fonction de g, ρ_{ac} (masse volumique de l'acier) et ρ_h(masse volumique de « l'huile moteur ») puis exprimer τ en fonction de ρ_{ac}, r et η(viscosité de l'huile moteur).
Vérifier que C = 8,4 $m.s^{-2}$. **(0,75 point)**
3.2.3. Au bout d'un temps suffisamment long, l'accélération de la bille s'annule. La vitesse obtenue à partir de cet instant est appelée vitesse limite de module V_{lim}.
a) Décrire la nature du mouvement de la bille après que l'accélération s'annule puis exprimer la vitesse limite V_{lim} en fonction de τ et C. **(0,5 point)**
b) On trouve expérimentalement que V_{lim} = 4,2 cm/s. Quelle valeur de τ peut-on en déduire ? **(0,5 point)**
3.2.4. Déterminer la valeur de la viscosité η de « l'huile-moteur ». **(0,5 point)**
Données :
Masse volumique de l'acier : $\rho_{ac} = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m³ ; masse volumique de l'air : $\rho_0 = 1{,}3$ kg/m³
Masse volumique de l'huile moteur : $\rho_h = 1{,}26.\ 10^3$ kg/m³ ; viscosité de l'air : $\eta(air)=1{,}85.10^{-5}$ SI
Rayon de la bille r = 1,5 mm : Volume de la bille $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$; g = 10 N/kg

EXERCICE 26 : FUSEE A DECOLLAGE VERTICALE (D'après concours E.M.S. 97 et CGS 2000)

Une fusée à décollage vertical a une masse au sol m_0. Elle décolle à la date t = 0.
1) Les gaz sortant d'une tuyère servent à la propulsion de la fusée.
La vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée est Ve, le débit massique des gaz est k.
Soit m la masse de la fusée à l'instant t et V sa vitesse par rapport à un observateur terrestre (supposé galiléen). En appliquant le théorème du centre d'inertie, donner l'expression du vecteur accélération a de la fusée à l'instant t en fonction de m, k, Ve et g (accélération de la pesanteur supposée constante). On négligera la résistance de l'air.
2) Le débit massique k des gaz est constant, on étudie le mouvement vertical ascendant de la fusée.
2.a - Soit m_0 la masse initiale de la fusée. Donner l'expression de l'accélération a de la fusée en fonction du temps.
2.b - Sachant qu'au départ a = 0 pour m_0 = 10 tonnes, Ve = 2450 $m.s^{-1}$, calculer k.
3) La masse de combustible représente les 4/5 de la masse totale initiale m_0.
3.a - Au bout de combien de temps le carburant est-il épuisé ?
3.b - Calculer la vitesse atteinte à cet instant.
3.c - A quelle altitude z se trouve alors la fusée ?
4) A la fin de la combustion, le mouvement de la fusée devient balistique.
Avec les mêmes hypothèses simplificatrices que pour les questions précédentes, calculer la vitesse V' de la fusée lorsque celle-ci atteint l'altitude de 300 km. (On fera l'application numérique en prenant pour g, supposé constant ce domaine d'étude la valeur 9,0 $m.s^{-2}$)

EXERCICE 27 : PENDULE SIMPLE

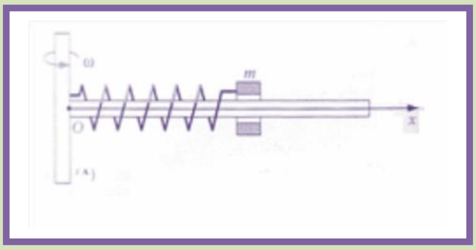
Une sphère (S) assimilable à un point matériel de masse m = 50 g est reliée à un point fixe O par un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur l = 50 cm.
Le fil est écarté de sa position d'équilibre $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ rad, puis elle est lancée vers le bas avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$ perpendiculaire au fil. A une date t quelconque, la position de la bille est repérée par l'angle θ que forme le fil avec la position d'équilibre.



1) Exprimer la vitesse V de la bille à la date t en fonction de V_0, l, g, θ_0 et θ.
2) Exprimer la tension T du fil à la date t en fonction de m, V_0, l, g, θ_0 et θ.
3) Quelle doit être la valeur minimale de V_0 pour que la bille fasse un tour complet, le fil restant tendu ?

EXERCICE 25 :RESSORT EN ROTATION

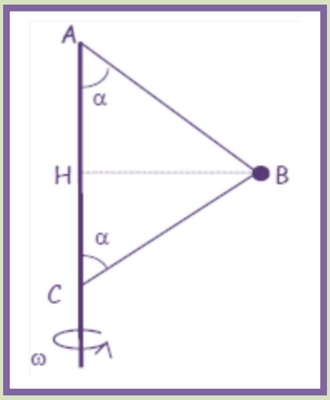
Un solide S de masse m = 50 g peut glisser sans frottement le long d'une tige rectiligne horizontale, fixée à un axe vertical (Δ). Ce solide est fixé à une extrémité d'un ressort de même axe que la tige comme le montre la figure ci-contre. La longueur du ressort détendu est l_0 = 20 cm. Sa constante de raideur vaut k = 50 $N.m^{-1}$.



Quand l'ensemble tourne autour de (Δ) avec la vitesse angulaire ω la longueur du ressort devient l.

1) Établir la relation entre ω et l.
2) Pour quelle valeur de ω la longueur du ressort prend la valeur l = 25 cm ?

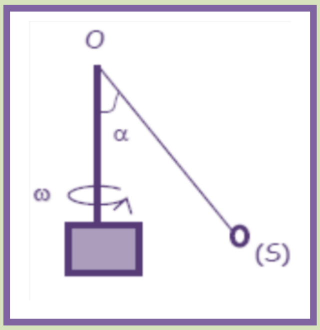
EXERCICE 26 : FRONDE HORIZONTAL



On donne : r = CH = 40 cm , l = AB = BC = 1 m
Une petite bille B assimilable à un point matériel de masse m = 100 g, est reliée par deux fils de masses négligeables à deux points A et C d'un axe vertical D en rotation à la vitesse ω constante.
1) Pour une vitesse ω constante les fils AB et CB restent constamment tendus.
1.a - Calculer l'angle α.
1.b- Calculer les intensités des tensions $\vec{T}_A$ et $\vec{T}_C$ des fils en fonction de ω.
2) Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une vitesse angulaire ω_0 que l'on calculera.

EXERCICE 27 : PENDULE CONIQUE (Extrait Bac D oct. 85 actuel Bac S2)

Pour étudier expérimentalement un pendule conique, un petit moteur électrique M dont on fixe arbitrairement la vitesse de rotation N, en tours. min^{-1}. Sur cet axe, en O, est attaché un fil de longueur l = 1m. A l'autre bout de ce fil se trouve une sphère métallique de masse m pouvant être assimilé à un point matériel. Les mesures effectuées sont consignées dans le tableau ci-dessous



N (tour.min^{-1})	50	45	40	35	30
$\frac{1}{N^2}$	$4{,}0.10^{-4}$	$5{,}0.10^{-4}$	$6{,}2.10^{-4}$	$8{,}2.\ .10^{-4}$	$9{,}8.10^{-4}$
cosα	0,358	0,442	0,559	0,730	0,874

1) Tracer le graphe cosα = f($\frac{1}{N^2}$) en choisissant une échelle convenable. Conclure.
2) Justifier théoriquement ce résultat.
3) A partir du graphe tracé, déduire la valeur de l'intensité de l'accélération de la pesanteur.