SERIE DE RENFORCEMENT

EXERCICE 1 :CONCOURS GÉNÉRAL SÉNÉGALAISSESSION 2009

Données :
Charge de l'électron : $q = -1{,}6.10^{-19}$ C
Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8$ SI
Constante d'Avogadro : $N = 6{,}02.\ 10^{23}$ mol^{-1}
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^{8}$ m.s^{-1}.
Célérité du son dans l'air : on prendra $C_S = 334$ m.s^{-1}

TEXTE INTRODUCTIF.

Un oscillateur est un système pouvant évoluer, du fait de ses propres caractéristiques, de façon alternative et périodique.

Dans la nature, les oscillations constituent un mode d'évolution de beaucoup de systèmes. Le cœur humain, la balançoire, le pendule simple, le pendule élastique, la voiture, le balancier d'une horloge, la membrane d'un haut parleur, les atomes d'une molécule, les ions dans un réseau cristallin peuvent être considérés comme des oscillateurs. De même l'association de certains dipôles électriques conduit à des oscillateurs électriques. Les ondes radioélectriques et lumineuses peuvent être associées à un ensemble discret d'oscillateurs.

Lorsque le système oscille à sa propre cadence, sans que celle-ci le lui soit imposée par un dispositif extérieur, les oscillations sont dites libres. Généralement un oscillateur libre s'amortit progressivement et cesse de fonctionner à cause des pertes continuelles d'énergie vers le milieu extérieur.

On qualifie au contraire d'oscillations forcées, des oscillations à une fréquence imposée par un dispositif extérieur. Dans ce cas précis, lorsque la fréquence de la source excitatrice prend la valeur de la fréquence propre de l'oscillateur, il y a résonance. Nombreuses sont les constatations de la vie courante et les applications pratiques qui font appel à la résonance. Les ponts suspendus, les fréquencemètres, l'oreille, l'écouteur téléphonique ou la membrane d'un haut parleur sont des résonateurs. Les bateaux, les avions, les automobiles doivent être conçus de telle façon qu'une partie ou l'ensemble de la structure n'entre pas en résonance lors de leur déplacement.

PARTIE I : Questions relatives au texte (10 points).

I-1 A partir de l'exemple du pendule simple, expliquer, en s'aidant d'un schéma, l'expression « évoluer de façon alternative et périodique » utilisée dans la définition d'un oscillateur.

I-2 Le mouvement de rotation de la Terre autour du Soleil, celui de l'aiguille d'une montre, sont-ils périodiques ? Ces systèmes sont-ils des oscillateurs ? Justifier les réponses.

I-3 Donner un exemple de système effectuant des oscillations libres et un exemple de système effectuant des oscillations forcées.

I-4 Quelle est la cause de l'amortissement d'un oscillateur libre ? Comment alors entretenir les oscillations ? Donner un exemple concret.

I-5 A quelle condition y a-t-il résonance en régime d'oscillations forcées ?

PARTIE II *Oscillations mécaniques (40 points).*

II-1 Modèle de l'oscillateur linéaire.

Nous supposerons dans cette étude que les ressorts utilisés sont à spires non jointives et qu'ils fonctionnent dans leur domaine d'élasticité.

- **Étude théorique du pendule élastique horizontal.**

Un solide ponctuel de masse m est relié à un ressort, de constante de raideur k, disposé horizontalement sur un plan lisse. Initialement le ressort n'est ni allongé, ni comprimé.

A l'instant t = 0, on déplace horizontalement le solide d'une longueur x0 et on l'abandonne le système sans vitesse initiale. Le mouvement sera rapporté au repère X'OX colinéaire au déplacement de l'objet ; l'origine O coïncide avec la position d'équilibre du solide.

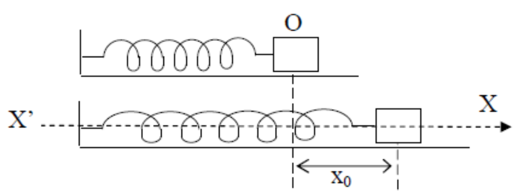


Figure 1

II-1-1 Représenter, par un schéma, l'état du système à un instant quelconque et les forces qui agissent sur le solide.

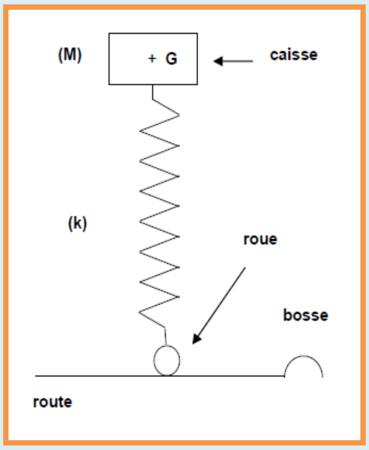
II-1-2 En appliquant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation d mouvement du solide. En déduire l'équation horaire du mouvement du solide et l'expression de sa vitesse.

II-1-3 Etablir, à un instant donné, l'expression de l'énergie mécanique totale de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante au cours du temps. Application numérique m = 0,10 kg ; k= 30 N.m^{-1} et x_0 =10 cm

II-1-4 Retrouver l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur à partir de l'expression de l'énergie mécanique établie précédemment.

II-1-5 Esquisser la courbe d'énergie potentielle en fonction de l'abscisse x du mobile et montrer à partir de ce schéma l'appellation oscillateur.

- **Étude du mouvement oscillatoire d'une voiture.**



Une voiture est constituée d'une caisse métallique reposant sur ses roues par l'intermédiaire d'une suspension formée d'un ensemble de quatre ressorts avec amortisseurs. On peut modéliser cette voiture par un pendule élastique vertical dont les oscillations sont amorties. La seule particularité de ce pendule est d'avoir la masse M (correspondant à la caisse) à l'extrémité supérieure du ressort de raideur k ; la mise en oscillation ayant lieu lorsque l'extrémité inférieure du ressort (correspondant à la roue) subit un déplacement vertical, par exemple lors d'un passage sur une bosse (cassis ou dos d'âne).

II-1-6 On considère la caisse de la voiture de masse M = 1095 kg à l'arrêt, sans passager. Le ressort est alors comprimé. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la caisse et les représenter sur un schéma. Etablir l'expression du raccourcissement Δl_0 du ressort en fonction de k, M et l'intensité de la pesanteur g.

II-1-7 Quatre essayeurs, de masse totale m = 280 kg, montent à bord de la voiture. La caisse s'affaisse alors d'une hauteur h = $3{,}0.10^{-2}$m. En utilisant le résultat de la question précédente établir la relation k = $\frac{mg}{h}$. Faire l'application numérique.

II-1-8 Un essayeur de masse m_1 = 70 kg s'installe dans la voiture. Suite à un petit déplacement vertical, le système se met à osciller verticalement. On note T_0 la période des oscillations de la caisse avec l'essayeur. Etablir l'équation différentielle du mouvement. Montrer que T_0 = 0,71 s

II-1-9 Afin que le confort des passagers soit optimal lors du passage sur une bosse, les réglages de la suspension sont prévus pour que la caisse retrouve la position initiale sans osciller.

a) L'essayeur prend le volant d'une voiture neuve et roule sur une bosse. Quel est le nom du régime oscillatoire observé ?

b) L'essayeur recommence l'expérience avec une voiture de même type que la précédente mais ayant beaucoup roulé. Ses amortisseurs étant « usés », l'amortissement de la caisse est moins important. Prévoir le comportant de la caisse dans ce cas.

II-1-10 A nouveau au volant de la voiture neuve, l'essayeur, de masse m_1 = 70 kg, aborde maintenant un ralentisseur installé par une municipalité à l'entrée de l'agglomération. Il est constitué d'une série de bosses distantes d'une longueur D. Le pendule élastique qui modélise la voiture est donc soumis à une succession d'excitations : la caisse subit des oscillations forcées. L'essayeur constate que l'amplitude des oscillations est beaucoup plus importante qu'au passage d'une seule bosse, la voiture devient plus difficile à contrôler et le conducteur doit ralentir.

a) Quel nom donne-t-on au phénomène observé par l'essayeur ?

b) Quelle doit être la période des excitations pour que ce phénomène ait lieu ?

c) Cette période est la durée Dt que met la voiture pour passer d'une bosse à l'autre. Calculer la distance D nécessaire pour que le phénomène ait lieu à une vitesse V = 80 km.h^{-1}

d) Ainsi construit, ce ralentisseur devrait obliger les conducteurs trop rapides à ralentir pour respecter la vitesse de 50 km^{-1} en agglomération. Mais y'aurait-il un autre moyen d'éviter le phénomène ressenti lors du passage sur le ralentisseur ? Si oui expliquer. (On ne tentera pas l'expérience).

II-2 Étude des oscillations de translation d'une molécule diatomique.

Les molécules sont des particules susceptibles d'effectuer des mouvements d'oscillation de translation et de rotation autour d'un ensemble d'axes.

Il s'agit, dans cette partie, d'étudier les vibrations longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone *(CO).* On la modélisera par un système à deux corps reliés par un ressort élastique et on va montrer que les oscillations harmoniques dépendent des caractéristiques de la molécule.

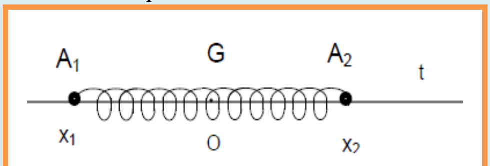


Figure 3

Deux corps ponctuels (A1) et (A2) de masse respective m1 et m*2* sont reliés par un ressort élastique à spires non jointives de constante de raideur k, de masse négligeable et de longueur à vide l_0 .Les deux corps sont mobiles sur une tige fixe horizontale. On repère leurs positions par leurs abscisses $x_1 = GA_1$ et $x_2 = GA_2$, le point G étant le centre de masse de ce système. Les frottements sont négligeables.

À la date t = 0, on écarte ces deux corps ponctuels de leurs positions d'équilibre et on les lâche sans vitesse initiale.

II-2-I On pose $y = x_2 - x_1$. Établir l'équation différentielle vérifiée par y.

II-2 -2 Exprimer la période T avec laquelle les corps A_1 et A_2 oscillent l'un par rapport à l'autre en fonction de k, m_1 et m_2.

II-2-3 Le système précédent modélise les vibrations longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone *CO.* La longueur d'onde associée à la fréquence propre n de ces vibrations est l = 4,60 mm.

a) Exprimer cette fréquence propre. Faire l'application numérique.

b) Etablir l'expression de la constante de raideur k associée à la liaison carbone-oxygène. Faire l'application numérique.

Données : masses molaires : M(C) = 12 g.mol^{-1} M (O) = 16 g.mol^{-1}

II-3 Étude des oscillations de torsion d'une molécule.
Cette partie a pour but une étude simplifiée des oscillations de rotation de la molécule d'éthylène.
L'étude des bandes d'absorption ou d'émission situées dans l'infrarouge et dans le domaine hertzien et correspondant à ces modes de vibrations fournit des résultats numériques intéressant la structure moléculaire : moment d'inertie, distances inter atomiques, angles de liaison…
Les noyaux des atomes constitutifs de la molécule d'éthylène sont situés dans un même plan : la molécule d'éthylène est plane (figure 4a).

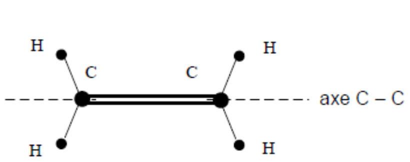


Figure 4 a : Structure plane de la molécule d'éthylène.

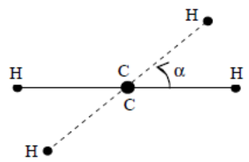


Figure 4b : Torsion de la molécule d'éthylène vue le long de l'axe C – C : Un des groupements CH_2 a tourné par rapport à l'autre d'un angle α autour de l'axe C – C.

Sans changer la position relative des liaisons partant de chaque atome de carbone, on tourne autour de l'axe carbone-carbone (C-C) l'un des groupes CH2 par rapport à l'autre d'un angle α (Figure 4b)
II-3-1 L'énergie potentielle de la molécule associée à cette rotation est donnée par

$$Ep(\alpha) = \frac{Ep_0(1-\cos 2\alpha)}{2}$$

; expression où Ep0 est une constante.
Esquisser la courbe Ep= f (α) pour - π≤ α ≤ π et montrer, à partir de la courbe, l'existence de trois positions d'équilibre stables.
II- 3-2 Désignons par α_1 et α_2 les angles formés par les plans des groupements CH_2 avec le plan passant par l'axe C - C (figure 4 c).
On désigne par J le moment d'inertie d'un groupement par rapport à l'axe C-C. On considère que l'énergie potentielle ne dépend que de α.

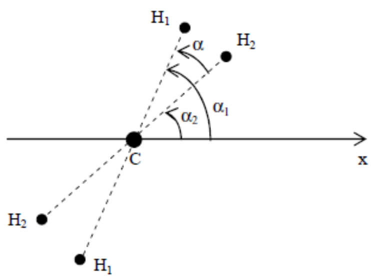


Figure 4 c : Torsion de la molécule d'éthylène vue le long de l'axe C-C : un des groupements CH_2 a tourné par rapport à l'autre d'un angle $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$

II-3-2-1 Montrer que les équations de la dynamique appliquées à chaque groupement CH2 au cours de sa rotation autour de l'axe C-C s'écrivent :

$$J\frac{d^2\alpha_1}{dt^2} = -\frac{dEp(\alpha_1-\alpha_2)}{d\alpha_1} = -\frac{dEp(\alpha)}{d\alpha} \qquad (1)$$

$$J\frac{d^2\alpha_2}{dt^2} = \frac{dEp(\alpha_1-\alpha_2)}{d\alpha_2} = \frac{dEp(\alpha)}{d\alpha} \qquad (2)$$

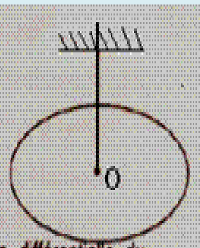
II-3-2-2 Trouver, à partir de ces deux relations, l'équation décrivant le mouvement de torsion de l'ensemble de la molécule autour de l'axe C-C.
Montrer également, à l'aide de ces deux relations, que l'équation du mouvement de torsion d'un groupement CH2 par rapport à l'autre groupe s'écrit :

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -2\frac{dEp(\alpha)}{d\alpha}$$

II-3-2-3 On considère les oscillations de torsion autour de la position d'équilibre $\alpha = 0$ et pour des valeurs de α faibles.
En utilisant des formules d'approximation montrer que pour α petit (α<<10°) on a : $Ep(\alpha) \approx Ep_0\alpha^2$
En déduire que le mouvement de torsion d'un groupement CH2 par rapport à l'autre groupe pour α faible est analogue à celui d'un oscillateur harmonique. Et on donnera l'expression de sa période (T_2) et de sa pulsation propre ω_2 en fonction de Ep_0 et de J.
II-3-2-4 En prenant pour moment d'inertie du groupement CH_2 par rapport à l'axe C-C, la valeur $J = 0{,}4.10^{-46}$ kg.m², calculer la valeur de Ep_0. Quel sens donnez-vous à Ep_0 ?
On donne $\omega_2 = 825$ cm^{-1} et 1 cm^{-1} = 3.10^{10}Hz.

Exercice 2 : *théorème de l'accélération angulaire (bac série D 2006)*

B) Un dispositif constitué d'un disque homogène de centre O, de masse M = 100g et de rayon r = 5 cm, disposé horizontalement, est suspendu en un point A par l'intermédiaire d'un fil de torsion soudé à son centre d'inertie O. (voir figure ci-contre).



On écarte le système de sa position d'équilibre d'un petit angle θ_m puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

1°) En utilisant le théorème de l'accélération angulaire, déterminer l'équation différentielle du mouvement sachant que la constante de torsion du fil est $C = 1{,}25.10^{-3}$Nm.rad^{-1}. (On rappelle que le moment d'inertie d'un disque homogène par rapport à un axe qui lui est perpendiculaire et passant par son centre d'inertie O est $J_0 = \frac{1}{2}Mr^2$) (1,00 pt)

2°) Retrouver l'équation différentielle du mouvement en utilisant la conservation de l'énergie mécanique, sachant que l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie potentielle élastique sont nulles à l'équilibre. (1,50 pt)

3°) Calculer la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule composé. (1,00 pt)
On prendra g = 10 ms^{-2}.

- 2 -

Exercice 3 : Sujet bac D

MECANIQUE : ***(6 points)***

Dans ce problème on négligera tous les frottements et l'action de l'air. On prendra $\|\vec{g}\| = 10$ m.s^{-2} et $\pi^2 = 10$.
Les deux parties I et II sont indépendantes.

Partie I (3 pts)

Une petite sphère S, ponctuelle de masse m = 200g est accrochée à un fil souple, de masse négligeable, inextensible, de longueur $\ell = 1$m. L'autre extrémité du fil est attachée à un point fixe.

1°) On écarte S de la position d'équilibre ; le fil tendu fait un angle $\alpha = 60°$ avec la verticale. On lâche la sphère sans vitesse initiale (voir figure 2). En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse de S au passage à la position d'équilibre. **(1,0 pt)**

2°) L'ensemble { fil + S } tourne à la vitesse angulaire ω constante autour d'un axe vertical (Δ). Le fil fait alors un angle constant $\theta = 30°$ avec la verticale (Voir figure 3).

a – En appliquant le théorème du centre d'inertie (T.C.I), trouver une relation entre l'angle θ et la vitesse angulaire ω. Calculer ω. **(1,0 pt)**

b – Exprimer et calculer la tension du fil. **(1,0 pt)**

Partie II (3 pts)

On dispose d'une tige homogène OA, de section constante, de longueur 2ℓ, de masse M = 3m. La tige est mobile autour d'un axe horizontal(Δ) passant par O. A l'extrémité A est fixé un solide ponctuel S de masse m. Les frottements de la tige sur l'axe, en O, sont supposés négligeables (Voir figure 4).

1°) Déterminer la distance OG en fonction de ℓ .G est le centre d'inertie du système. **(1,0 pt)**

2°) Montrer que le moment d'inertie de ce système par rapport à (Δ) est $J_\Delta = 8m\ell^2$. **(0,5 pt)**

3°) On écarte ce pendule composé d'un angle petit α_0 de sa position d'équilibre verticale, puis on l'abandonne sans vitesse.

a – Etablir l'équation différentielle du mouvement. **(1,0 pt)**

b – Calculer la longueur ℓ_1 du pendule simple synchrone de ce pendule composé. **(0,5 pt)**

AN : $\ell = 30$ cm

Exercice 4 : *Série S_2 Bac 2001*

On néglige les frottements et la résistance de l'air. On prendra g = 10 m.s^{-2} et $\pi^2 \approx 10$ On considère un disque plein, homogène, de masse M = 500g, de rayon R = 20 cm et de centre C.
1°) Le disque peut osciller, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal fixe (Δ), perpendiculaire à son plan et passant par un point O de sa circonférence. Au point B diamétralement opposé à O, on fixe un corps ponctuel (S), de masse $m = \frac{M}{2}$ (figure 1).

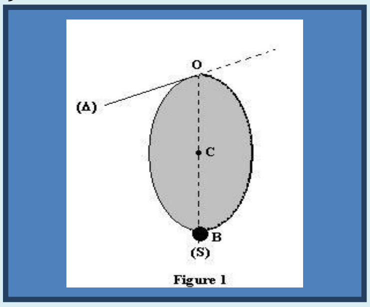
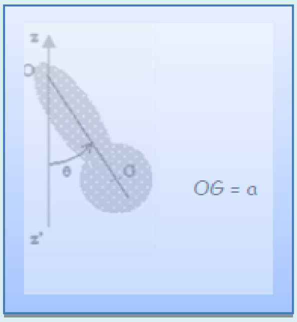


Figure 1

Montrer que :
a) la distance du centre d'inertie G du système {disque + corps (S)} à l'axe (Δ) est $OG = a = \frac{4R}{3}$
b) le moment d'inertie du système {disque + corps (S)} par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta = 7\,mR^2$.
2°)Le système {disque + corps (S)} constitue un pendule composé. On considère les oscillations de faible amplitude autour de l'axe (Δ) de ce pendule. Calculer la longueur l du pendule simple synchrone de ce pendule composé.
3°)On enlève le corps (S). On fait tourner le disque, seul, à l'aide d'un moteur. Lorsque le disque atteint la vitesse de rotation égale à 300 tours par minute, on arrête le moteur et on applique sur le disque un couple de freinage de moment M_f constant. Il s'arrête après avoir effectué 250 tours, comptés à partir de l'arrêt du moteur.
a) Calculer M_f.
b) Calculer la durée de cette phase d'arrêt du disque.

Exercice 5 : Le pendule pesant

Il est constitué d'un solide de masse m et de centre de gravité G, mobile, sans frottement autour d'un axe horizontal Δ, perpendiculaire au plan de la figure. Le moment d'inertie du solide par rapport à cet axe est JΔ.



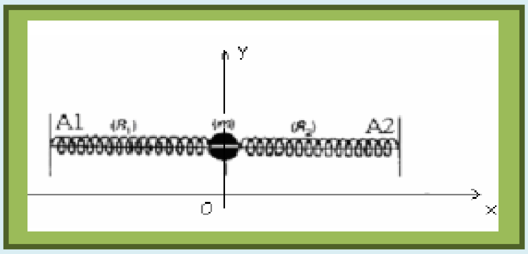
1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ(t). Montrer que si θ reste petit, le pendule pesant peut être assimilé à un oscillateur harmonique de pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J_\Delta}}$$

où a = OG.
2) Déterminer la longueur L du pendule simple synchrone à ce pendule pesant.

Exercice 6 : Oscillations transversales et longitudinales avec deux ressorts

Un palet à coussin d'air, de masse m = 50 g mobile sur une table horizontale, est accroché à deux ressorts identiques R1 et R2, de masses négligeables tendus entre deux points A1 et A2 comme l'indique la figure ci-contre.
Les ressorts, de constantes de raideur $k_1 = k_2 = 7{,}2$ N.m^{-1} et de longueur à vide commune **l**0 = 25 cm ont pour longueurs $\mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_2 = 30$ cm lorsque le palet est à l'équilibre.
Les frottements sont supposés négligeables.

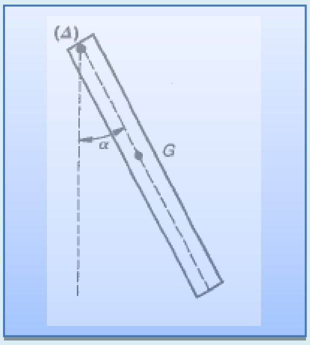


On écarte le palet de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie G se déplace dans la direction A_1A_2, vers A_1, de OC = -2 cm puis on l'abandonne, sans vitesse initiale à un instant qui sera choisi comme origine des dates.
1.a- Donner, à une date t quelconque, l'expression de l'allongement de chacun des ressorts en fonction de l'abscisse x de G.
1.b- Établir l'équation différentielle du mouvement de G.
1.c- Exprimer et calculer la pulsation et la période propre du mouvement.
1.d- Écrire l'équation horaire du mouvement de G.
2) On écarte le palet de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie se déplace, dans la direction de l'axe y'Oy perpendiculaire à A1A2, de OG = y puis on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qui sera choisi comme origine des dates. Le palet se met alors à effectuer des oscillations longitudinales suivant l'axe y'Oy. On notera **l** la longueur de chaque ressort pendant les oscillations.
2.a- Montrer que l'équation différentielle du mouvement longitudinal du palet est donnée par :

$$m\ddot{y} + 2k\left(1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right)y = 0$$

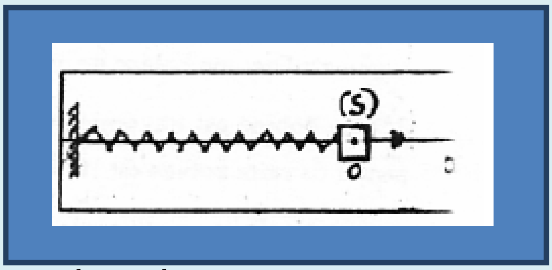
L'oscillateur obtenu est-il harmonique ?
2.b- Montrer que dans le cas des petites oscillations (si $\frac{y}{l} \ll 1$), L'oscillateur peut être considéré comme harmonique. Donner, dans ce cas, l'expression de sa période propre T_0 et calculer sa valeur.

Exercice 7 : Le pendule pesant



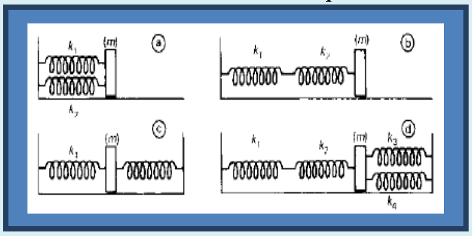
Données : m = 200 g , g = 10 m.s-2 , L = 60 cm , α_0 = 9°.
Une tige homogène OA, de masse m et de longueur L peut osciller sans frottement autour d'un axe (Δ), passant par son extrémité O.
1) Calculer le moment d'inertie J_Δ du pendule.
Rappels : Moment d'inertie d'une tige homogène de masse m et de longueur L par rapport à un axe passant par son centre d'inertie G : $J_G = \frac{1}{12} ML^2$
Théorème de HUYGHENS : Soit un solide homogène de centre d'inertie G. Son moment d'inertie par rapport à un axe (Δ) ne passant pas par G est donné par : $J_\Delta = J_G + md^2$
L'axe passant par (Δ) et l'axe passant par G sont parallèles et distants de d.
2) On écarte le pendule d'un petit angle α_0 ($\alpha_0 < 16°$) puis on l'abandonne sans vitesse initiale.
2.a- Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule.
2.b- Calculer la période propre T_0 et la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
3) En utilisant la méthode énergétique, retrouver l'équation différentielle du pendule.
4) calculer la longueur L du pendule simple synchrone à ce pendule pesant.

EXERCICE 8 : BAC S1-S3 99



Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur K conformément au schéma ci-contre.
Un dispositif approprié crée une force excitatrice
$\vec{F} = (F_m.\cos\omega t)\,\vec{\imath}$
assurant le mouvement de (S) sur l'axe x'ox.
Soit $\vec{F} = -\lambda\,\vec{v}$
la résultante des forces de frottements que subit (S) lors de son mouvement de translation.
λ est une constante positive , $\vec{v} = v_x\,\vec{\imath}$
est le vecteur vitesse de (S) avec $v_x = V_m(\cos\omega t + \phi)$.
1) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au solide (S) établir l'équation différentielle qui régit son mouvement en fonction de m, $\frac{dv}{dt}$, v, $\int v\,dt$, λ et k.
2) Après avoir établi l'équation différentielle d'un circuit (R, L, C) aux bornes duquel on a appliqué une tension u = $U_m\cos\omega t$, faire l'étude analogique entre les grandeurs mécaniques de l'oscillateur et les grandeurs électriques .
3) A l'aide de ces analogies, faire la construction de Fresnel de l'oscillateur.
4) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer F_m et ϕ en fonction de λ , k , ω, m.
5) Etablir les expressions de l'impédance mécanique $Z_{méc}$ et de l'amplitude X_m des oscillations mécaniques.
6) Pour quelle valeur ω_0 de ω a-t-on la résonance mécanique ?

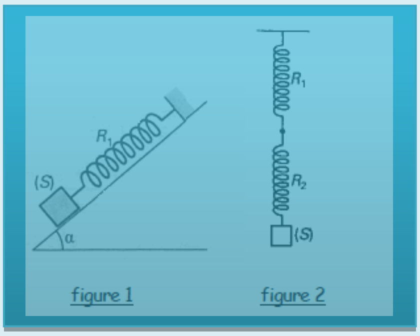
EXERCICE 9 : Oscillateurs avec plusieurs ressorts.



Tous les ressorts représentés à la figure ci-dessous ont même longueur naturelle (à tension nulle) et ne sont pas allongés dans la position considérée. Leur constante de raideur est indiquée sur le schéma. On néglige tous les frottements.

Déterminer dans chaque cas la période des oscillations de la masse m et la constante de raideur du ressort équivalent (ressort unique qui provoquerait des oscillations de même période).

EXERCICE 10 : Oscillations avec un ou deux ressorts.



On dispose d'un ressort R, de masse négligeable et de raideur k. L'une des extrémités est fixée à un support rigide et à l'autre extrémité est suspendu un solide (S) de masse M = 0,1kg. On déplace le solide (S) verticalement vers le bas d'une longueur X.
1) Étudier le mouvement de (S) lorsqu'on le lâche sans vitesse initiale.
On mesure la durée de dix oscillations de (S), on trouve t = 2,98 s.
Calculer la constante de raideur k_1.
2) Le ressort R_1 et le Solide (S) sont disposés sur un plan incliné comme l'indique la figure 1 ci-contre. On néglige tous les frottements. Calculer la période des oscillations du solide (S).
3) On associe au ressort R_1 un ressort R_2 comme l'indique la figure 2. Il est de masse négligeable et de constante de raideur k_2. À l'ensemble, on suspend le solide (S).
3.a- Le système étant à l'équilibre, donner l'expression des allongements X_1 et X_2 des 2 ressorts.
3.b- Déterminer, en fonction de k1 et k2 la raideur k du ressort équivalent qui, à l'équilibre, sous l'influence de (S) subirait l'allongement $X = X_1 + X_2$.
4) On déplace (S) verticalement vers le bas et on le lâche. Calculer la Période T' des oscillations du solide (S). Faire l'application numérique avec k2 = 20 N.m-1.