



<b>Épreuve de MATHÉMATIQUES</b>		Classe : $T^{le}D$
Trim 1-Contrôle continu 1-Durée : 2H-Coef : 4		
Date : 27/09/22 Année scolaire : 2022/2023		
<b>Compétence : Étudier la convergence d'une suite numérique, Placer les points dans un plan complexe</b>		
Appréciations de la production : -Expert (A+)[18-20]-Acquis (A)[15-17]-En cours d'acquisition (EA)[11-14]-Non acquis (NA)[0-10]		<b>Notée sur 20</b>

La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

**EVALUATION DES RESSOURCCES**

**EXERCICE I**

**3 points**

Démontrer par récurrence les propositions suivantes pour  $n \in \mathbb{N}^*$

1.  $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  est divisible par 17. 1 pt
2.  $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ . 1 pt
3.  $1(1!) + 2(2!) + \dots + n(n!) = (n+1)! - 1$ . 1 pt

**EXERCICE II**

**5 points**

Soit la suite  $(U_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 12} \end{cases}$

1. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq U_n \leq 4$ . 1 pt
2. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|U_{n+1} - 4| \leq \frac{1}{4}|U_n - 4|$ . 1 pt
3. En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|U_n - 4| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ . 1 pt
4. Démontrer que la suite  $(U_n)$  est convergente et trouver sa limite. 2 pts

**EXERCICE III**

**6 points**

1. Calculer le nombre complexe  $i^{1985}$ . 0,75 pt
2. Résoudre dans  $\mathbb{C}^2$  le système suivant :  $\begin{cases} (1+I)z - iz' = 2+i \\ (2+i)z + (2-i)z' = 7-4i \end{cases}$  1,5 pt
3. On pose  $Z = \frac{iz-3}{z+i}$  avec  $z = x+iy \in \mathbb{C}$   
Déterminer l'ensemble M d'affixe  $z$  dans chaque cas :
  - a. Z soit un réel. 1,25 pt
  - b. Z soit un imaginaire pure . 1,25 pt
  - c.  $|Z| = 1$ . 1,25 pt

**EXERCICE IV**

**5 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on désigne par : A ; B ; C et D les points d'affixes respectives  $Z_A = \frac{3}{2}i$  ;  $Z_B = 2 + \frac{1}{2}i$  ;  $Z_C = 1 - \frac{3}{2}i$  et  $Z_D = -1 - \frac{1}{2}i$

1. Placer dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  les points images A ; B ; C et D de ces nombres complexes. 1 pt
2. Déterminer l'affixe du point I milieu de [AC]. 1 pt
3. Déterminer l'affixe du point G barycentre des points (A;-2) ; (B;3) et (C;1) . 1 pt
4. Déterminer les affixes des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{DC}$  . Que peut-on conclure ? 1 pt
5. Déterminer l'affixe du point E symétrique de A par rapport à B . 1 pt

**Présentation : 1 point**