



Appréciations de la production :

-Expert (A+)[18-20]-Acquis (A)[15-17]-En cours d'acquisition (EA)[11-14]-Non acquis (NA)[0-10]

Notée sur 20

EXERCICE I

6 points

Pour chacune des propositions suivantes :

1. préciser si elle est vraie ;
2. énoncer la réciproque ;
3. préciser si cette proposition réciproque est vraie.

- **Proposition 1** : "Si n divise a^2 , alors n divise a " 1 pt
- **Proposition 2** : "Si n est premier, alors n est impair" 1 pt
- **Proposition 3** : "Si p et q sont deux nombres premiers distincts, alors p et q sont premiers entre eux" 1 pt
- **Proposition 4** : "Si p est un nombre premier, alors p admet exactement deux diviseurs" 1 pt
- **Proposition 5** : "Si p premier divise le produit ab , alors p divise a ou p divise b " 1 pt
- p est un nombre premier
- Proposition 6** : "Si $a \equiv p \pmod{p}$, alors a est premier" 1 pt

EXERCICE II

7 points

1. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $2^{3n} \equiv 1[7]$. 0,5 pt
 b. En déduire le reste de la division par 7 de : 2011^{2014} . 1,5 pt
2. a. Énoncer le critère d'arrêt des nombres premiers. 0,5 pt
 b. Montrer alors que 257 est premier. On expliquera clairement la méthode utilisée. 1 pt
3. À chaque lettre de l'alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous, un nombre entier compris entre 0 et 25.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z		
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		

On définit un procédé de codage de la façon suivante :

- Étape 1 : à la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre m correspondant dans le tableau.
 - Étape 2 : On calcule le reste de la division euclidienne de $9m + 5$ par 26 et on le note p .
 - Étape 3 : Au nombre p , on associe la lettre correspondante dans le tableau.
- a. Coder le mot SOLDAT. 2 pts
 - b. Décoder la lettre U. 1,5 pt

EXERCICE III

6,5 points

1. Soit p un entier relatif donné.
 On s'intéresse dans cette question à l'équation $(E_p) : 3x + 4y = p$. où $(x; y)$ est un couple d'entiers relatifs.
 - a. Vérifier que le couple $(-p; p)$ est une solution particulière de l'équation. 0,5 pt
 - b. Donner l'ensemble des solutions $(x; y)$ de l'équation (E_p) en fonction de p . 1,5 pt
2. On considère maintenant l'équation $(E) : 6x + 8y - z = 0$.
 Soit $(x_0; y_0; z_0)$ une solution de (E) .
 - a. Démontrer que z_0 est pair. 1 pt
 - b. On pose $z_0 = 2p$ où p est un entier relatif.
 Prouver que le couple $(x_0; y_0)$ est solution de l'équation (E_p) . 1,5 pt
 - c. En utilisant la question 1), déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (E) . 2 pts

Présentation : 0,5 point