COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2022-2023
		Du 26-09-2022
EVALUATION FORMATIVE		Classe : PC^*
EPREUVE DE MATHEMATIQUES		Durée : 3H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,50 points)

EXERCICE 1 : (04,50 POINTS

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation et l'inéquation suivantes :

(E_1): $\sqrt{x^2-5x+6}=-\sqrt{-x^2-4x+21}$ (I_1): $x+1<\sqrt{x^2-3x-4}$. 1,5pt

2. Soit m et x deux nombres réels. On considère les équations paramétriques suivantes.

(E_m): $x^2-(m+3)x+m+2=0$ (F_m): $\sqrt{x^2-mx-1}=x+3m$

a) On suppose que (E_m) à deux solutions distinctes x_1 et x_2. Déterminer la valeur de m pour laquelle $\frac{x_1}{x_1+1}+\frac{x_2}{x_2+1}=\frac{13}{10}$. 1pt

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre m, l'existence, le nombre et le signe des solutions de l'équations (F_m). 1pt

3. On suppose que les réels non nuls et distincts α; β; γ; δ et μ sont des solutions de l'équation (E_2): $x^5-6x^4+5x^3-10x^2+11x-7=0$.

Déterminer la valeur exacte de $A=(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)(1+\delta)(1+\mu)$. 1pt

EXERCICE 2 : (04,00 POINTS)

On considère dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes (S_1), (S_2) et (S_3) suivants.

$$(S_1):\begin{cases} a^2+\frac{16}{b^2-1}-\frac{15}{c}=15 \\ -2a^2+\frac{24}{b^2-1}+\frac{5}{c}=-29 \\ \frac{1}{2}a^2-\frac{8}{b^2-1}-\frac{10}{c}=5 \end{cases} \quad (S_2):\begin{cases} x+y-z=6 \\ x+y+z=12 \\ x^2+y^2+z^2=50 \end{cases} \quad (S_3):\begin{cases} 3|x|+\frac{4}{2y+1}+5\sqrt{z-2}=21 \\ -2|x|-\frac{2}{2y+1}+3\sqrt{z-2}=0 \\ 5|x|-\frac{6}{2y+1}-2\sqrt{z-2}=-11 \end{cases}$$

1. Les réels a, b et c sont les longueurs des arêtes d'un parallélépipède rectangle $(\mathcal{E})$. Résoudre (S_1) et en déduire le volume du parallélépipède rectangle $(\mathcal{E})$. 1,5pt
2. Les réels x, y et z du système (S_2) sont les longueurs des côtés d'un triangle ABC tels que $AB=z; AC=y$ et $BC=x$. Résoudre (S_2) et calculer l'aire du triangle ABC. 1pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S_3). 1,5pt

EXERCICE 3 : (07,00 POINTS)

L'exercice comporte trois parties indépendantes A ; B et C

A- On considère dans $\mathbb{R}^2$, le système d'équation suivante (S_4): $\begin{cases} x^4+6x^2y^2+y^4=5 \\ x^3y+xy^3=1 \end{cases}$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_3): $4X^4-5X^2+1=0$. 0,5pt
2. Montrer que (S_4) est équivalent à (S'_4): $\begin{cases} (x^2+y^2)^2+4x^2y^2=5 \\ xy(x^2+y^2)=1 \end{cases}$. 0,5pt
3. Justifier que xy vérifie l'équation (E_3). 0,25pt
4. En déduire que les solutions de (S_4) sont :

$S_{\mathbb{R}}=\left\{\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2};\ \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right),\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2};\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right),\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2};\ \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right),\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2};\ \frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)\right\}$ 1,25pt

B- On considère l'équation de troisième degré à valeur réel, (E_4): $x^3+2x^2\sqrt{3}+3x+\sqrt{3}-1=0$ pour $x>-\frac{1}{2}$. On pose $Z=\sqrt{3}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_5): $x^2 + \left(1+\sqrt{3}\right)x + 1 = 0$. 0,5pt
2. Montrer que (E_4) est équivalent à (E'_4): $xZ^2 + (2x^2+1)Z + x^3 - 1 = 0$. 0,5pt
3. Justifier que pour tout $x \neq 0$, toutes les valeurs de Z sont dans l'ensemble $\left\{1-x;\ -\frac{x^2+x+1}{x}\right\}$. 0,75pt
4. En déduire dans $\mathbb{R}$, les solutions de l'équation (E_4). 0,75pt

C- L'objectif est de résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_5): $(x^2+2x-1)^2 + 2x^2 + 3x = 3$.

On pose $u = x + 1$.

1. Montrer que (E_5) est équivalent à (E'_5): $u^4 - 2u^2 - u = 0$. 0,5pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E'_5) 0,75pt
3. En déduire dans $\mathbb{R}$, les solutions de (E_5). 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES (04,50 POINTS)

M. AKONO fonctionnaire à la retraite, passe son quotidien dans son verger situé non loin de sa maison. Il souhaite avoir une meilleure production pour cela il se rend au marché. Une fois au marché il a acheté pour 24.000FCFA d'engrais minéraux pour ses tomates. Passant devant le magasin concurrent, dans lequel le même engrais coûte 300 FCFA de moins au kilogramme, il s'écrie en disant : *« Si j'avais su, pour le même prix, j'aurais eu 4 kilos d'engrais de plus! »*.

Soucieux de ces finances et d'une bonne production à moindre coût dans son verger, le moniteur agricole du village lui propose d'utiliser les engrais organiques (fumier, compost, poudre verte,...). Pour cela il doit mettre des déchets d'ordure dans des vieux fûts cylindrique afin d'obtenir une meilleure production d'engrais. De manière rationnel vingt décimètres cube d'engrais organique est l'équivalent d'un sac de 50kg d'engrais minéraux. Il dispose de deux fûts dont la somme des aires de leur surface de base est de $222\ 00cm^2$ et la somme de leurs rayons de base est de $120\ cm$. La hauteur du fût ayant le plus grand rayon est de 200 cm, pour l'autre est 150cm. Ce vergé a besoin de 150 sacs d'engrains minéraux par an.

Les fruits de tomate produites dans ces verges sont moulés et conservés dans des boites identiques, de forme cylindrique d'aire totale $600cm^2$ et de hauteur $15\ cm$. En 2021, M. AKONO à dépenser 4 000 000 FCFA pour la production de 10,5 tonnes de fruits de tomates. Il souhaite réaliser un bénéficie au moins le double de son investissement. Le kilogramme de fruits de tomates correspond à $562{,}5\ cm^3$ de tomates de conserve. Chaque boîte de tomate est vendue au prix de $2500\ FCFA$.

On suppose que $\pi = 3$.

Tâches :

1. Quel est le prix du kilogramme d'engrais dans chaque macasin sur la place du marché **1,5pt**

2. Apres combien d'année la quantité d'engrais d'une produition par ces deux fûts sera-t-elle épuisée ? **1,5pt**

3. M. AKONO a-t-il atteint ces objectifs en fin d'année 2021 ? **1,5pt**