Genius Corporation	Année 2022/2023	Propose par : NENGOUEYE TAKAM
Départ. Mathématiques	Classes : Premières C,E	Mail : takamdilanho@gmail.com
Cours de soutiens scolaires	TD	Tels : 691831680

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES DEMATHEMATIQUES N°2

Première partie : Droites du plan

Exercice 1

Soit (D) la droite d'équations $2x - 3y + 4 = 0$.

1. Citer trois (03) vecteurs directeurs de (D) ;
2. Citer trois vecteurs (03) normaux de (D).
3. Donner deux (02) représentations paramétriques de (D) au choix.

Exercice 2

1. Déterminer une équation cartésienne puis une équation paramétrique de la droite (D) passant par $A(2; 3)$ et admettant $\vec{v}(3; 2)$ pour vecteur normal.

2. Soient (D) et (D') les droites d'équations respectives $4x + 6y + 2 = 0$ et $9x - 6y + 2 = 0$.

a. Ces droites sont-elles parallèles ? Perpendiculaires ? ou ni parallèles ni perpendiculaires ?

b. Déterminer les deux équations normales de chacune de ces droites.

3. Déterminer une équation normale de la droite (D) passant par $A(2; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(12; -5)$.

Déterminer la distance du point $B(5; 3)$ à la droite (D).

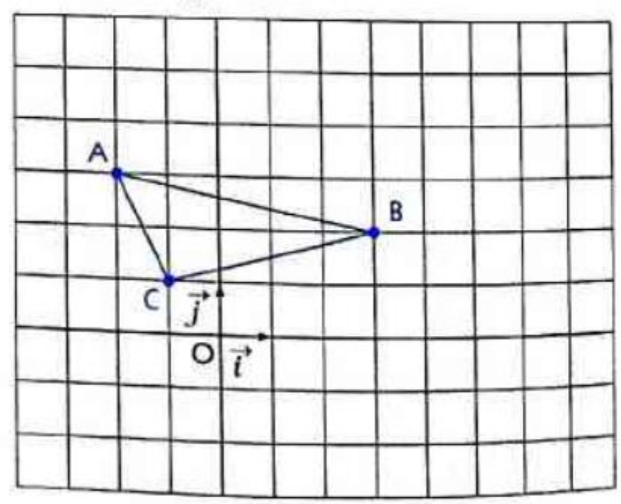
Exercice 3

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par $A(3; -2)$ et perpendiculaire à la droite (Δ) d'équation $x - y + 3 = 0$.

En déduire deux représentations paramétriques différentes de la droite (D).

Exercice 4

Avec les données de la figure ci-dessous, déterminer une équation de la médiatrice de $[BC]$ et de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.



Exercice 5

On donne les droites (D) et (D') d'équations respectives : $y = 3x$ et $y = -3x$.

Déterminer et construire l'ensemble des points $(\boldsymbol{\Gamma})$ des points $M(x; y)$ tels que :

$d\big(M, (D)\big) + d\left(M, (D')\right) = 4.$

Deuxième partie : Cercle du plan

Exercice 6

On considère les points $A(-3; 2)$ et $B(2; -1)$.

Déterminer une représentation paramétrique du cercle de diamètre $[AB]$ et une équation de chacune des tangentes à ce cercle en A et en B.

Exercice 7

On considère le point $A(6; -1)$ et la droite $(D) : x - 2y - 2 = 0$.

Déterminer une représentation paramétrique du cercle de centre A, tangent à la droite (D).

Exercice 8

On considère le point $A(2; 1)$ et la droite $(D) : 2x - y + 3 = 0$.

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de centre A, tangent à la droite (D).

2. Calculer les coordonnées du point de contact entre (C) et (D).

Exercice 9

Démontrer que la droite $(D): x - y + 1 = 0$ est tangente au cercle (C) : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$. Puis calculer les coordonnées de leur point de contact.

Exercice 10

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. On considère le cercle (C) et la droite (D) d'équation respectives : $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 8 = 0$ et $y = -x + 2$.

1. Préciser les éléments caractéristiques du cercle (C).
2. Démontrer que (C) et (D) sont sécants.
3. Déterminer la distance de $E(-1; 2)$ à (D) puis donner la position de E par rapport à (D).

Exercice 11

1.. On donne les points $A(3; 5)$, $B(4; 1)$ et $C(-2; -1)$.

a. Vérifier que A, B et C ne sont pas alignés ;

b. Déterminer les coordonnes du point O centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

2.. On considère les points $A(-4; 0)$, $B(4; 0)$ et $C(0; 5)$.

Soit ρ l'abscisse d'un point M du segment $[AB]$. Exprimer en fonction de ρ les distances du point M aux droites (AC) et (BC) ;

Démontrer que la somme de ces distances est constante.

Exercice 12

1. On considère les points $A(-3; 2)$ et $B(2; -1)$.

Déterminer une représentation paramétrique du cercle de diamètre $[AB]$ et une équation de chacune des tangentes à ce cercle aux points A et B.

2. On considère le point $A(6; -1)$ et la droite (D) d'équation $x - 2y - 2 = 0$.

Déterminer une représentation paramétrique du cercle de centre A et tangent à (D).

Exercice 13

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé.
   1.1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire à la droite (D'): $2x + y + 3 = 0$ passant par $E(-4; 5)$.
   1.2. Déterminer une équation cartésienne du cercle de centre $K(-2; 3)$ et de rayon 3.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé qu'on pourra représenter et compléter au fur et à mesure de l'exercice (non exigé).
   2.1. Montrer que l'ensemble des points $M(x; y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ est un cercle C dont on précisera le centre I et le rayon.
   2.2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle C et l'axe des ordonnées du repère. On notera A et B ces points, A étant celui avec la plus petite ordonnée.
   2.3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente T au cercle C en A.
   2.4. Donner une valeur approchée à 0,1 de l'angle $\widehat{IAB}$ dans le triangle IAB. (On pourra utiliser Al-Kashi)

Exercice 14

On donne les points $A(3;\ 5)$; $B(4;\ 1)$; $C(-2;\ -1)$:

1. Calculer la distance du point $P(-3;\ 2)$ à la droite (Δ) : $\sqrt{5}x - 2y = -\frac{4}{11}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point C et perpendiculaire à la droite (AB), puis donner son équation normale.
3. Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de diamètre [BC].
4. Donner une représentation paramétrique du cercle (C).
5. Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point .

Exercice 15

1. On considère les points $A(2; 1)$ et la droite (D) d'équation $2x - y + 3 = 0$.

   a. Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de centre A et tangent à la droite (D)
   b. Calculer les coordonnées du point de contact entre (C) et (D).

2. Démontrer que la droite (D) d'équation $x - y + 1 = 0$ est tangente au cercle (C) d'équation $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$. Calculer les coordonnées de leur point de contact.

Exercice 16

Soit $(\mathscr{E})$ le cercle d'équation $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 15 = 0$ et B le point de coordonnées $(0\ ;\ 5)$

1. Déterminer les éléments caractéristiques de $(\mathscr{E})$.

2. Déterminer une représentation paramétrique de $(\mathscr{E})$.
3. Montrer que le point B est situé à l'extérieur de $(\mathscr{E})$.
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par B et de vecteur normal $\vec{u}(-3;\frac{1}{5})$
5. Ecrire une équation cartésienne de la droite (Dm) passant par B et de coefficient directeur m ($m \in \mathbb{R}$).
6. Déterminer suivant les valeurs de m le nombre de points communs à (Dm) et à $(\mathscr{E})$.
7. En déduire une équation de chacune des tangentes à $(\mathscr{E})$ passant par le point B

Exercice 17

1.. Déterminer les valeurs du réel m telles que le cercle (C): $x^2+y^2+2x-6y-\frac{5}{2}=0$ soit tangent à la droite (D_m): $x-y+m=0$.
Pour chacune des valeurs obtenues, calculer les coordonnées du point de contact entre (C) et (D_m) ;

2.. m est un nombre réel. On considère la droite (Δ_m): $x-my+\sqrt{1+m^2}=0$.
Démontrer que (Δ_m) est tangente à un cercle de centre $O(0;0)$ dont on précisera le rayon.

Exercice 18

Le plan est muni d'un repère (O,I,J). Soit (C) le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$, (C') de centre $O'(0;2)$ et de rayon 1.

1. Démontrer que les deux cercles sont sécants en deux points, dont on déterminera les coordonnées.
2. Démontrer qu'en ces deux points, les tangentes en (C) et (C') sont perpendiculaires.
3. Déterminer une équation normale de chacune des tangentes communes à (C) et (C').

Exercice 19

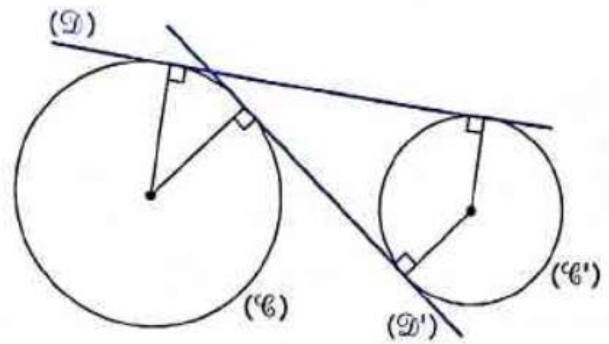
Soit (C) le cercle de centre $\Omega(4;0)$ et de rayon 2, m un nombre réel, (D_m) la droite de pente m et passant par O.

1. Déterminer une représentation paramétrique de (C)
2. Démontrer qu'il existe deux valeurs de m pour lesquelles (D_m) est tangente à (C).

Exercice 20

Soient r, r' et d trois nombres réels strictement positifs tels que : $r+r'<d$.
On considère le cercle (C) de centre O(0 ;0) et de rayon r et le cercle (C') de centre $O'(d;0)$ et de rayon r'.

On se propose de déterminer une équation cartésienne des tangentes communes extérieures et intérieures aux cercles (C) et (C').
Une droite (D), tangente à deux cercles (C) et (C'), est dite tangente ≪ extérieure ≫ à ces cercles si (C) et (C') sont dans le même demi plan de frontière (D) ; sinon , elle est dite tangente ≪ intérieure ≫.



Dans la figure ci-dessus, (D) est une tangente extérieure à (C) et (C'), et (D') est une tangente intérieure à (C) et (C').

1. Déterminer une représentation paramétrique de chacun des cercles (C) et (C').
2. Soient α et β deux nombres réels. On considère le point M de (C) et le point M' de (C') tels que : $(\widehat{\vec{\imath}, \overrightarrow{OM}})=\hat{\alpha}$ et $(\widehat{\vec{\imath}, \overrightarrow{O'M'}})=\hat{\beta}$.
   a. Déterminer en fonction de $r, r'\ d, \alpha$ et β, une equation de la tangente à (C) en M et une equation de la tangente à (C') en M' ;
   b. Démontrer que ces deux tangentes sont confondues si et seulement si : ($\hat{\alpha}=\hat{\beta}$ et $\cos\alpha=\frac{r-r'}{d}$) ou ($\hat{\alpha}=\hat{\beta}+\hat{\pi}$ et $\cos\alpha=\frac{r+r'}{d}$).
   c. En déduire qu'il existe quatre tangentes communes à (C) et a (C'). Déterminer, en fonction de r, r'et d, une équation de chacune d'elles.
   Application Numérique : $r=4, r'=1$ et $d=6$.