

Collège F.X.VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	Contrôle de Mathématiques du 09-10-2021	Niveau : PD et TI

**Partie A : Evaluation des Ressources :** (15 points)

**Exercice 1 :** (06.5 points)

NATHAN est un élève de première D au Collège VOGT. IL a obtenu une très bonne note en mathématique au contrôle. Durant le weekend, il reçoit la visite de son ami SONNA élève en première D au LBA avec un devoir portant sur les équations, inéquations et systèmes suivants :

$$(E) : -\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 + 3\left(\frac{x-1}{x+2}\right) + 4 = 0 \quad (F) : \sqrt{3(x^2-1)} = 2x-1 \quad (G) : \frac{x^2-3x}{x-3} + 1 > 0 ;$$

$$(I) : \begin{cases} \frac{2x}{x-2} + 3(y-1) - (z+2) = -4 \\ \frac{-x}{x-2} + 4(y-1) + 2(z+2) = 5 \\ \frac{3x}{x-2} + (y-1) + 3(z+2) = 3 \end{cases}$$

Inquiet, SONNA demande son aide :

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $-x^2 + 3x + 4 = 0$  ; puis en déduire la résolution de l'équation (E) 2pts
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (F) et l'inéquation (G). 2pts
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  par la méthode du pivot de GAUSS le système suivant :  

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -4 \\ -x + 4y + 2z = 5 \\ 3x + y + 3z = 3 \end{cases}$$
puis en déduire la résolution du système (I) 2.5pts

**EXERCICE 2 :** (0 4 points)

A- On considère l'équation (E) :  $x^3 - 18x^2 + 45x - 12150 = 0$

- 1- Déterminer alors trois réels a, b et c tels que pour tout réel x ,  
 $x^3 - 18x^2 + 45x - 12150 = (x - 30)(ax^2 + bx + c)$ . 0.75pt
- 2- En déduire la résolution de l'équation (E) . 0.75pt
- 3- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $x^3 - 18x^2 + 45x - 12150 \geq 0$  0.5pt

B- Soit le polynôme  $p(x) = 30x^3 - 187x^2 + 9x - 616$ . Sachant que le polynôme p admet des racines distinctes a, b et c, et sans chercher à les calculer, déterminer :

A= abc      B= a + b + c ; C= ab + ac + bc et  $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  2pts

**EXERCICE 3 :** (04.5 points)

- 1) On donne :  $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$  pour x élément de  $[0; \frac{\pi}{2}[$  , calculer  $\cos x$  et  $\sin x$ . 1.5pt
- 2) Pour tout réel x , démontrer les égalités suivantes :
  - i)  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$  ;
  - ii)  $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$  1.5pt

3) En remarquant que :  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$  ;  $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$  et  $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$ .

Calculer :  $\cos\frac{7\pi}{12}$  ;  $\sin\frac{\pi}{12}$  et  $\tan\frac{\pi}{8}$

1.5pt

**Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (4.5 points)**

**Situation :**

Monsieur WAFFO dispose d'un terrain divisé en trois parcelles comme l'indique la figure ci-dessous. Il aimerait déterminer les dimensions de chaque parcelle pour mieux quadriller son terrain.

La parcelle A a la forme d'un rectangle dont la superficie est  $1200\text{m}^2$  et la différence entre la longueur et la largeur est de 10m.

La parcelle B a la forme d'un carré dont le coté  $c$  est tel que le triplet  $(c ; c ; c)$  est

l'unique solution du système 
$$\begin{cases} x + y - z = 10 \\ 2x + 3y - z = 40 \\ 3x - y - 5z = -30 \end{cases}$$

La parcelle C a la forme d'un triangle rectangle telle que sa superficie est de  $328,56\text{m}^2$  et son plus grand coté mesure 37m ; sa base est supérieure à sa hauteur.

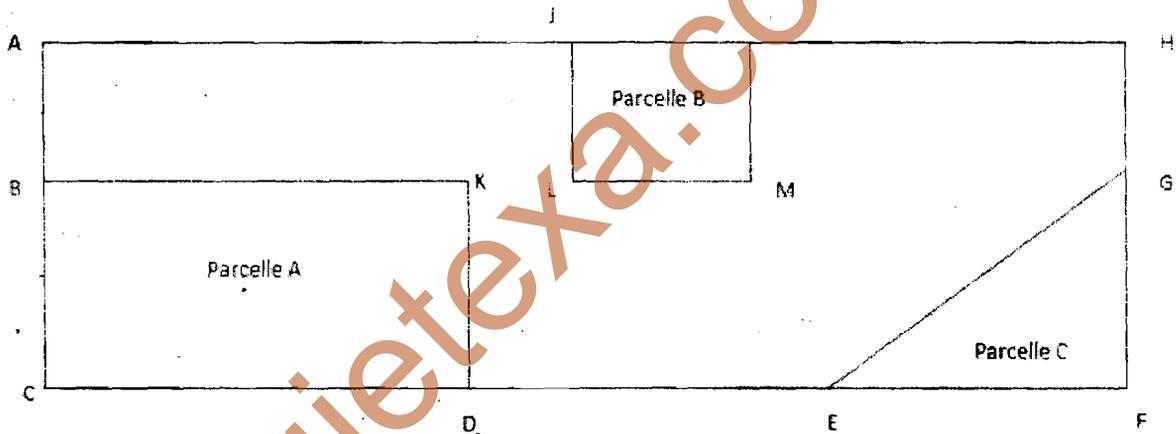


Figure: Terrain de WAFFO

Taches : Aider Monsieur WAFFO à déterminer :

1. Les dimensions de la parcelle A 1,5pt
2. La dimension de la parcelle B 1,5pt
3. Les dimensions de la parcelle C. 1,5pt

Présentation : 0.5pt