PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES — 15,5 POINTS

Exercice 1: 03,5 Points

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

1) On considère les représentations paramétriques des droites (D) et (D') : (D) $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ et $(D') : \begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = 3 + 2\alpha \end{cases} (\alpha \in \mathbb{R})$.
   - a- La droite (D) passe t'elle par les points A(-2 ;1) et B(1 ; -1) ? Justifier votre réponse. **0,5pt**
   - b- Déterminer une équation cartésienne de la droite (D). **0,5pt**
   - c- Montrer que les droites (D) et (D') sont sécantes et déterminer les coordonnées du point de rencontre de ces deux droites. **1pt**
2) On considère l'ensemble (Γ) des points $M(x\,;y)$ du plan vérifiant $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$.
   - a- Donner la nature et les éléments caractéristiques de (Γ). **0,75pt**
   - b- Trouver les coordonnées des points d'intersections de l'ensemble(Γ) avec la droite (D). **0,75pt**

Exercice 2 : 03 Points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. f est une transformation du plan dans lui-même telle que si le point $M'\binom{x'}{y'}$ est l'image du point $M\binom{x}{y}$, alors $\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 2 \end{cases}$.

1) Déterminer les coordonnées du point C image du point $A\binom{-2}{4}$ par f. **0,5pt**
2) La transformation f admet-elle un point invariant ? Si oui déterminer ses coordonnées. **0,5pt**
3) Déterminer les coordonnées du point D qui a pour image le point $B\binom{5}{4}$ par f. **0,5pt**
4) Donner la nature de f, puis caractériser la transformation f. **0,5pt**
5) On donne la droite (K) d'équation cartésienne $2x + y - 3 = 0$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (K') image de la droite (K) par la transformation f. **1pt**

Exercice 3: 04 Points

On considère les fonctions g et h définies par $g(x) = -2x^2 + 8x - 5$ et $h(x) = -3x^2 + 7x + 1$.

1) Justifier que $g(x) = -2(x-2)^2 + 3$. **0,5pt**
2) Pour tous u et v de $]-\infty; 2]$ tels que $u \neq v$, on pose $T = \frac{g(u)-g(v)}{u-v}$ le taux d'accroissement de g entre u et v. Démontrer que $T = -2(u + v - 4)$. **0,75pt**
3) Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $]-\infty; 2]$. **0,5pt**
4) Montrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[2; +\infty[$. **0,5pt**
5) Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0; 4]$. **0,5pt**
6) On désigne respectivement par (C_g) et (C_h) les courbes représentatives des fonctions g et h dans un repère orthonormé (O,I,J).
   - a- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = h(x)$. **0,75pt**

b- En déduire les coordonnées des points de rencontre des courbes (C_g) et (C_h). **0,5pt**

Exercice 4: 02.75 Points

A, B et C sont trois points du plan tels que AB = 5, BC = 6 et CA = 7. Le point I est le milieu du segment $[BC]$. Dans le triangle ABC la mesure de l'angle en $\hat{B}$ est de $78{,}5^o$.

On admet que pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a : $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$.

1) **a-**Montrer que $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. **0,25pt**

b- Montrer que $\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right)^2 = 74 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. **0,75pt**

c- Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 19$ et en déduire la mesure arrondie à l'unité de l'angle $\hat{A}$. **0,75pt**

2) Calculer AI. On pourra utiliser le théorème de la médiane. **0,5pt**

3) Calculer l'aire du triangle ABC. **0,5pt**

Exercice 5: 02.25 Points

x est un nombre réel de l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.

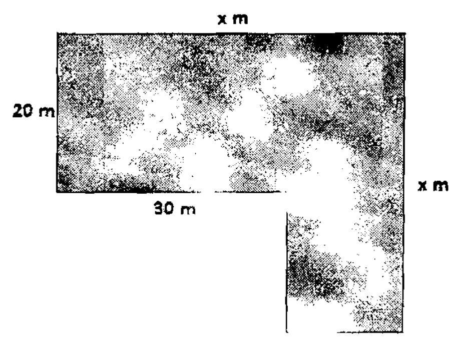
1) On donne $A = sinx + sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - sin(\pi - x) + sin(-x)$. Mettre A sous la forme la plus simple possible. **0,75pt**

2) **a-** Montrer que $tan^2x - sin^2x = tan^2x.sin^2x$ **0,75pt**

b - On donne $tanx = \frac{1}{4}$. En déduire de la question précédente la valeur exacte de $sinx$. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,5 POINTS

La figure ci-contre représente le domaine d'une société de distribution d'énergie électrique. Cette figure a été obtenue en retirant un rectangle de longueur 30 mètres sur un carré de côté inconnu x mètres. Cette société propose à ses clients deux modes de payements des factures.



Mode A. Le client paye par mois un montant forfaitaire de 100 000 F quel que soit le nombre de Kilowatt consommé.

Mode B. Le client paye un abonnement de 20 000 F pour toute la durée de son contrat avec la société, paye au cours d'un mois 50 F par Kilowatt pour les 110 premiers Kilowatt consommés et 70 F par Kilowatt à partir du 111^e Kilowatt consommé au cours du même mois. FRANKLIN a besoin des services de cette société, mais il ne sait pas quel mode choisir.

FRANKLIN vient de prendre des renseignements dans cette société. A son retour, il achète des bonbons pour un montant de 3000 F. Le vendeur lui dit qu'il a de la chance car avant qu'il n'arrive, le bonbon coûtait 5 F de plus que le prix actuel. Ainsi, avec l'ancien prix il aurait acheté 15 bonbons de moins en débroussant 2975 F.

Tâches.

1) Pour quelle valeur de x l'aire du domaine de la société est minimale ? **1,5pt**

2) Déterminer le nombre de bonbons que FRANKLIN a acheté. **1,5pt**

3) Aide FRANKLIN à faire son choix en lui donnant le mode le plus avantageux en fonction de sa consommation mensuelle en Kilowatt. **1,5pt**