

COLLEGE F. X. VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	<b>CONTROLE</b>	Date : 11 Décembre 2021
Classe : 2 <sup>nd</sup> C	Epreuve de Mathématiques	Durée : 3heures

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES**

**15,5 POINTS**

**Exercice 1 : 03 Points**

On considère l'expression  $A = 8x^3 - 64 - (5x - 3)(2x - 4)$ , l'équation (E) :  $\frac{x+2}{5x+19} = \frac{x-3}{10x-26}$  et

l'inéquation (I) :  $\frac{2x+1}{x-1} \leq \frac{x-1}{2x+1}$

- 1) a- Montrer que  $8x^3 - 64 = (2x - 4)(4x^2 + 8x + 16)$ . 0,5pt  
b- En déduire une factorisation de A. 0,75pt
- 2) a- Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation  $x^2 - 2x + 1 = 0$  0,5pt  
b- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E). 0,5pt
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation (I). 0,75pt

**Exercice 2 : 03 Points**

Soit  $(\vec{i}, \vec{j})$  une base orthonormée du plan. On donne les vecteurs du plan

$$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} \text{ et } \vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}.$$

- 1) Montrer que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormée du plan. 1pt
- 2) Ecrire les vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  en fonction des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ . 1pt
- 3) On donne le vecteur du plan  $\vec{w} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ . Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{w}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ . 1pt

**Exercice 3 : 02,5 Points**

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le système d'équation (S)  $\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$  1pt

2) En déduire la résolution dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  des systèmes d'équations suivants :

$$(S') \begin{cases} 2|x+1| - \frac{3}{y} = -8 \\ -|x+1| + \frac{2}{y} = 6 \end{cases} \quad (S'') \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3}{2y+1} = -8 \\ -\sqrt{x} + \frac{2}{2y+1} = 6 \end{cases} \quad \text{1,5pt}$$

**Exercice 4 : 07 Points**

On considère les polynômes P et Q définis par :  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$  et  $Q(x) = 2x^2 + x - 3$ .

- 1) Déterminer la forme canonique du polynôme Q. 1pt
- 2) a- Déduire de la question 1) une factorisation du polynôme Q. 0,75pt  
b- Etudier le signe de Q(x) suivant les valeurs de x. 0,5pt
- 3) Montrer que 1 est une racine du polynôme P. 0,5pt
- 4) a- En déduire de la question 3) qu'il existe trois réels a, b et c tel que pour tout réel x on a  $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ . 0,5pt

- b- Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$ . 0,75pt
- c- Etudier le signe de  $P(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . 0,75pt
- 5) On considère la fraction rationnelle définie par  $f(x) = \frac{(x-1)^2(2x+3)}{(x-3)(x+2)}$ .
- a- Etudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $f(x)$ . 1pt
- b- En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'inéquation  $f(x) \leq 0$ . 0,5pt
- 6) On considère la fraction rationnelle  $g(x) = \frac{x^2-2x+3}{x+2}$ . Montrer qu'on a  $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels à déterminer. 0,75pt

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**

**04,5 POINTS**

La grande famille AKONO décide d'organiser une excursion à Kribi. Pour cela, le chef de famille décide de louer un bus à 120 000 F CFA. Le jour du départ, 4 nouveaux membres de la famille s'ajoutent et chaque membre doit alors payer 1000 F CFA de moins.

Pour bien préparer son excursion, un membre de la famille avait placé deux ans avant un montant de 45 000 F CFA dans une banque à un taux d'intérêt de  $x$  % pendant un an, et un an plus tard, l'ensemble du capital et intérêt produit ainsi obtenu étaient ensuite placés dans une autre banque au taux d'intérêt de  $(x + 2)$  % et à la fin d'année il avait eu un intérêt de 4860 F CFA.

Une fois à Kribi, TAMBEY et NGOULA décident d'acheter des oranges et des papayes. TAMBEY achète 15 oranges et 6 papayes pour un montant de 11 700 F CFA et NGOULA achète 7 oranges et 8 papayes pour un montant de 9100 F CFA.

**Tâches.**

- 1) Déterminer l'effectif de la famille qui a pris part à l'excursion. 1,5pt
- 2) Déterminer le taux  $x$ . 1,5pt
- 3) Déterminer le prix d'une orange et le prix d'une papaye 1,5pt