

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	CONTROLE	Situation Scolaire N°1 Date : 25 Septembre 2021
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : Tle D	Durée : 04 heures	Coef: 4

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15,5 points

Exercice 1 : 03 Points

L'exercice comporte quatre questions indépendantes. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées, une seule réponse est exacte, la choisir et écrire la lettre correspondante sur votre feuille de composition. (Exemple : 5-D). 0,75pt × 4

		A	B	C	D
1	$Z = \frac{2+4i}{2-i}$	$ z = 1$	$Z = \bar{Z}$	Z est un nombre imaginaire pur.	$Z = \frac{2}{3}i$
2	soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $(z+i)(1+i\sqrt{3}) = 1+i$. Alors le module de $z+i$ est :	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{z^2+1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
3	z est telle que $\bar{z} + z = 6+2i$; l'écriture algébrique de z est :	$\frac{8}{3} - 2i$	$-\frac{8}{3} - 2i$	$\frac{8}{3} + 2i$	$-\frac{8}{3} + 2i$
4	Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $ 1+iz = 1-iz $. Alors :	z est un imaginaire pur	z est un réel	$ z = 1$	$\frac{1+iz}{1-iz} = 1$

Exercice 2 : 05 Points

Soit z un nombre complexe non nul et $\bar{z}$ le conjugué de z . On pose $u = \left(\frac{iz+1}{z}\right) - \frac{1-z}{\bar{z}}$.

- 1- Montrer que $u = 1 - i$. 1pt
- 2- Déterminer le module de u^6 . 1pt
- 3- On désigne par A, B, C et D les points du plan complexe d'affixes respectives : u ; $\bar{u}$; $\frac{1}{u}$ et $\left(\frac{1}{\bar{u}}\right)$.
 - a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D. 1,25pt
 - b) Placer dans un repère orthonormé, les points A, B, C et D. 1pt
 - c) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD et calculer son aire. 0,75pt

Exercice 3 : 04,5 Points

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :

$$(E): z^3 + 2(1+i)z^2 + (2+3i)z - 1 + 3i = 0.$$

- 1- Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 à déterminer. 1pt
- 2- Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que : $z^3 + 2(1+i)z^2 + (2+3i)z - 1 + 3i = (z+i)(az^2 + bz + c)$. 1pt
- 3- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E). 1pt

4- En déduire dans $\mathbb{C}$, la résolution de l'équation :

$$\left(\frac{z}{1+z}\right)^3 + 2(1+i)\left(\frac{z}{1+z}\right)^2 + (2+3i)\left(\frac{z}{1+z}\right) - 1 + 3i = 0.$$

1,5pt

Exercice 4 : 03 Points

1- Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$, le système d'équations
$$\begin{cases} iz - z' = 2i \\ (1-i)z + (2+i)z' = 1 + 4i \end{cases}$$

1pt

2- Soit F la fraction définie pour tout complexe $z \neq -i$ par $F(z) = \frac{iz+2}{z+i}$.

a) Déterminer la forme algébrique de $F(\sqrt{3} + 2i)$.

1pt

b) Déterminer l'ensemble (T) des points M d'affixe z tels que $F(z)$ soit réel.

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

04,5 POINTS

Compétences à développer : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les lieux géométriques et les opérations sur les nombres complexes.

Situation :

M. Salla possède trois terrains non encore exploités qu'il voudrait absolument sécuriser car il ya des personnes mal intentionnées qui utilisent ces espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer entièrement chacun de ses trois terrains, le rouleau de 5 mètres de ce fil lui est vendu à 3500 francs CFA. Il devra en plus remettre 3000 francs CFA pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des terrains.

Le terrain 1 est formé de l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz - 1 - 3i| = 8$.

Le terrain 2 est de forme rectangulaire et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution z de l'équation $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 4 - 8i$, $\bar{z}$ étant le conjugué de z .

Le terrain 3 quant à lui est formé de l'ensemble des points $M(x; y)$ d'affixe z du plan tels que le complexe $\frac{z}{z+2i}$ soit imaginaire pur.

On prendra : une unité égale à 10 mètres.

Tâches

1- Déterminer la dépense de M. Salla pour le terrain 1.

1,5pt

2- Déterminer la dépense de M. Salla pour le terrain 2.

1,5pt

3- Déterminer la dépense de M. Salla pour le terrain 3.

1,5pt