

| | | |
|---|--|---|
| COLLÈGE F-X. VOGT |  | Année scolaire 2021-2022 |
| Département Mathématiques | CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES | SITUATION SCOLAIRE N°3 15 janvier 2022 |
| Niveau : 1 ^{ères} D&TI Durée : 3H | | |

Partie A : évaluation des ressources (13points)

Exercice 1 : (3,5points)

On considère pour tout réel x , $A(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x$

1. Montrer que : $A(x) = -2\cos(x + \frac{\pi}{6})$ 1pt
2. Trouver alors dans $[0; 2\pi[$ la solution de l'équation $A(x) = -\sqrt{3}$ 1pt
3. En déduire le tableau de signe de : $[A(x) + \sqrt{3}]$ 1pt
4. Donne la solution de l'inéquation : $\sqrt{3}\sin x - \cos x + \sqrt{3} \leq 0$ 0,5pt

Exercice 2 : (2,5points)

- 1) Résoudre dans \mathbb{N} l'équation : $A_n^3 = 10n^2 - 30n + 20$ 1pt
- 2) Une urne contient 10 cartes indiscernables au toucher, dont 5 portent la lettre R, 3 la lettre A et 2 la lettre S. on tire successivement trois cartes qu'on dispose sur une feuille. On obtient des mots de trois lettres ayant un sens ou non.
 - a) Combien de mots tous différents peut-on obtenir ? 0,5pt
 - b) Combien de mots de trois lettres toutes distinctes obtiendrait-on ? 0,5pt
 - c) Combien de mots de deux lettres A exactement peut-on écrire ? 0,5pt

Exercice 3 : (3points)

On lance deux fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré et dont les six faces portent respectivement les chiffres : -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 4 . On obtient des couples $(a ; b)$ où a représente le nombre sur la face supérieure au premier lancer et b le nombre au deuxième lancer. On voudrait déterminer le nombre de solutions de l'équation : $x^2 + ax + b = 0$

1. Dresser un tableau de tous les couples possibles 1pt
2. Choisir la bonne réponse dans chacun des cas suivants :
 - a) L'équation peut avoir deux solutions distinctes de :

i-) 13 façons ; ii-) 15 façons ; iii-) 17 façons ; iv-) 19 façons 0,5pt
 - b) L'équation peut avoir une solution double de :

i-) 4façons ; ii-) 8 façons ; iii-) 12 façons ; iv-) 16 façons 0,5pt
 - c) L'équation n'admet pas de solution de :

i-) 7 façons ; ii-) 13 façons ; iii-) 19 façons ; iv-) 25 façons 0,5pt

Exercice 4 : (4points)

Soit $f: [0; +\infty[\rightarrow [-2; +\infty[$ et $g(x) = \frac{3}{x-2} + \sqrt{x^2 - 2x}$

$$x \mapsto f(x) = 2x - 3$$

1. Trouver l'ensemble de définition de g 1pt
2. f est-il une application ? justifier la réponse. 1pt
3. Montrer que f est une fonction bijective. 1pt
4. Définir la bijection réciproque f^{-1} de f 1pt

Partie B : évaluation des compétences (7points)

Situation :

Les jeunes de trois villages dont : ADJAB(A) ; BONGO(B) et ETAM(E) se réunissent dans la salle de conférence du comité de développement afin de débattre sur le bitumage d'une route. La salle de conférence est située à égale distance de chacun des trois villages. Pour y parvenir, les 20 jeunes intellectuels dont 8 femmes, élisent une commission de cinq membres parmi eux et constituée d'un Président, un SG, un Rapporteur, un conseiller juridique et un technicien. En plus, la commission doit avoir exactement deux femmes. Il ressort des travaux que : ADJAB et ETAM sont distants de 10km, ADJAB et BONGO de 6km enfin BONGO et ETAM de 8km. Au terme des débats, ils s'entendent sur la construction d'une route bitumée dont tout point M vérifierait la relation : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{EM} = 0$. Heureux de savoir que les routes en terre qui relient chaque village à l'autre et à la salle de conférence, sont bien rectilignes, ils se séparent et chacun retrouve son village par le plus court chemin.

- 1) Déterminer la nature exacte de la route à bitumer et calculer sa longueur
(prendre $\pi = 3,14$) 2,5pts
- 2) Déterminer la nature exacte de la figure géométrique définie par les trois villages. 2pt
- 3) Trouver le nombre de commissions possibles que ces 20 jeunes peuvent élire. 2pts

Présentation : 0,5pt